



Universidade Federal de São João Del Rei
Centro Federal de Educação Tecnológica
de Minas Gerais



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PPGE

Raphael Frediani Soares

Síntese de controladores PI
multivariáveis centralizados e esparsos

Belo Horizonte

2018

Raphael Frediani Soares

Síntese de controladores PI multivariáveis centralizados e esparsos

Dissertação apresentada à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre a Universidade Federal de São João del-Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Eduardo Nunes Gonçalves

Belo Horizonte
2018

S676s Soares, Raphael Frediani
Síntese de controladores PI multivariáveis centralizados e esparsos /
Raphael Frediani Soares – 2018.
xvi, 90 f.: il., gráfs, tabs.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica em associação ampla entre a UFSJ e o CEFET-
MG.

Orientador: Eduardo Nunes Gonçalves.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de
Minas Gerais.

1. Análise multivariada – Teses. 2. Controladores PID – Teses.
3. Algoritmos – Teses. 4. Equações diferenciais – Teses. I. Gonçalves,
Eduardo Nunes. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas
Gerais. III. Universidade Federal de São João del-Rei. IV. Título.

CDD 621.3143

Dedico o trabalho à minha família.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao professor e orientador prof. Eduardo Nunes Gonçalves pelo apoio e dedicação, por me aceitar, pela preocupação e busca de trabalhos e pesquisas relevantes à sociedade, orientando e compartilhando o seu conhecimento, durante toda a caminhada até a conclusão deste trabalho. Estendo este agradecimento ao Departamento de Engenharia Elétrica e a todo o corpo docente que contribuíram com a realização deste trabalho. Agradeço à FAPEMIG pelo apoio financeiro concedido para o projeto TEC - APQ-02943-15, no qual esta pesquisa está inserida. Agradeço aos meus familiares, pai, mãe e irmãos pela educação, apoio, incentivo e presença constante em minha vida. Um agradecimento em particular à minha esposa, Ana, pela compreensão e apoio durante todo o período de realização deste trabalho.

Sumário

Lista de Símbolos	xiii
Lista de Abreviações	xvi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	4
1.2 Objetivo	6
1.3 Sumário das Contribuições	7
1.4 Organização da Dissertação	8
2 Formulação do Problema	9
2.1 Classes de Plantas ou Sistemas	9
2.2 Controle Dinâmico por Realimentação de Saída	11
2.3 Formulação do Problema de Síntese do Controlador Multivariável	12
2.4 O Modelo de Referência	14
2.5 Outros Objetivos de Controle	17
3 Metodologia de Síntese	18
3.1 População Inicial	19
3.2 Mutação Diferencial	19
3.3 Cruzamento ou Recombinação	19
3.4 Seleção	20

3.5	Critério de Parada	20
3.6	Pseudocódigo	20
3.7	Tratamento das Restrições	21
4	Exemplos Ilustrativos	23
4.1	Problema de Controle Padrão Shell	23
4.1.1	Formulação do Problema	23
4.1.2	Síntese do Controlador	25
4.1.3	Resultados	30
4.1.4	Conclusões	40
4.2	Problema de Controle de Destilação de Petróleo Bruto	42
4.2.1	Formulação do Problema	42
4.2.2	Síntese do Controlador	44
4.2.3	Resultados	52
4.2.4	Conclusões	65
4.3	Flotação em Coluna	67
4.3.1	Formulação do Problema	67
4.3.2	Síntese do Controlador	69
4.3.3	Resultados	74
4.3.4	Conclusões	80
5	Conclusões Finais	82
5.1	Conclusões	82
5.2	Trabalhos Futuros	85
5.3	Trabalhos Publicados em Eventos Científicos	86
	Referências Bibliográficas	87

Resumo

Neste trabalho é investigada e avaliada a síntese de controle PI centralizado e esparso para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, principalmente sistemas não quadrados, e com múltiplos atrasos de tempo, visando o desempenho da resposta de rastreamento e o desacoplamento entre as malhas de controle. A formulação do problema de controle se dá como um problema de otimização não linear no espaço dos parâmetros dos controladores PI, com múltiplos objetivos de controle, considerando a aproximação de modelo de referência \mathcal{H}_∞ . Os objetivos de controle adicionais que podem ser tratados são a rejeição a perturbações, minimização do esforço de controle e/ou atenuação de ruídos de medição. É proposta uma abordagem para a obtenção dos parâmetros do modelo de referência também baseada em otimização não linear. A metodologia de síntese considera o algoritmo evolução diferencial para resolver o problema de otimização proposto. A eficiência dos controladores projetados é posta à prova em exemplos ilustrativos contendo processos não quadrados cujos controladores foram projetados utilizando outra metodologia. Demonstra-se que resultados melhores podem ser obtidos utilizando a abordagem proposta neste trabalho quando comparados aos outros métodos baseados em procedimentos analíticos.

Palavras-chave: Sistemas multivariáveis não quadrados, controle PI centralizado, controle PI esparso, algoritmo evolução diferencial

Abstract

In this work, the centralized and sparse PI control synthesis is investigated and evaluated for multiple inputs and multiple outputs systems, mainly non-square systems, and with multiple delay times, aiming tracking response performance and decoupling among control loops. The formulation of the control problem is based on a nonlinear optimization problem in the space of the PI controller parameters, with multiple control objectives, considering the \mathcal{H}_∞ reference model approximation. The additional control objectives that can be considered are disturbance rejection, control effort minimization and/or measurement noise attenuation. It is also proposed an approach to obtain the parameters of the reference model based on nonlinear optimization. The synthesis methodology considers the differential evolution algorithm for solving the proposed optimization problem. The efficiency of the designed controllers is tested in illustrative examples containing non-square processes whose controllers were designed using another methodology. It is demonstrated that better results can be achieved using the approach proposed in this work when compared to the other methods based on analytical procedures.

Keywords: Non-square multivariable systems, centralized PI control, sparse PI control, differential evolution algorithm

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros obtidos para o modelo de referência do processo Shell	27
4.2	Parâmetros ajustados manualmente para o modelo de referência do processo Shell	28
4.3	Shell - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de referência em degrau	37
4.4	Shell - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de perturbação	41
4.5	Destilação - Parâmetros obtidos para o modelo de referência com ajustes manuais considerando o controlador PI centralizado	45
4.6	Destilação - Melhores emparelhamentos para os sistemas quadrados . . .	47
4.7	Destilação - Parâmetros obtidos para o modelo de referência com ajustes manuais considerando o controlador PI esparsos	49
4.8	Destilação - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de referência em degrau	59
4.9	Destilação - Variância dos sinais, a partir do instante 600 min, com os controladores PI esparsos $K_3^*(s)$, $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$ considerando ruídos de medição	63
4.10	Destilação - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de referência em degrau na presença de ruído de medição	65
4.11	Parâmetros obtidos para o modelo de referência do processo de Flotação	71
4.12	Parâmetros reajustados do modelo de referência do processo de Flotação	72

4.13 Flotação - Variância dos sinais, a partir do instante 1300 segundos, com os controladores $K_1^*(s)$, $K_2^*(s)$, $K_3^*(s)$ e $K_4^*(s)$ considerando ruído de medição	79
4.14 Flotação - Desempenho do controle do processo com ruído para variações dos sinais de referência em degrau	79

Lista de Figuras

1.1	Controle de sistemas multivariáveis não-quadrados.	1
1.2	Controle por desacoplador de sistemas multivariáveis não-quadrados.	3
2.1	Sistema de Controle Generalizado.	10
4.1	Processo Padrão de Controle Shell.	25
4.2	Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_0^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	31
4.3	Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_0^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	31
4.4	Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	32
4.5	Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	33
4.6	Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	33
4.7	Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	34
4.8	Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	34
4.9	Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	35

4.10 Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	36
4.11 Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	36
4.12 Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de perturbação.	37
4.13 Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de perturbação.	38
4.14 Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de perturbação.	38
4.15 Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de perturbação.	39
4.16 Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de perturbação.	39
4.17 Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de perturbação.	40
4.18 Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de perturbação.	40
4.19 Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de perturbação.	41
4.20 Unidade de Destilação de Petróleo Bruto.	43
4.21 Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	52
4.22 Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	53
4.23 Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	54

4.24	Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	55
4.25	Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	56
4.26	Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	57
4.27	Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	58
4.28	Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	59
4.29	Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruído de medição.	60
4.30	Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruídos de medição.	61
4.31	Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_5^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruído de medição.	62
4.32	Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_5^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruídos de medição.	63
4.33	Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_6^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruído de medição.	64
4.34	Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_6^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruídos de medição.	65
4.35	Desenho esquemático da coluna de flotação.	67
4.36	Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	75
4.37	Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	75

4.38	Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	76
4.39	Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	76
4.40	Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	77
4.41	Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	77
4.42	Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	78
4.43	Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.	78

Lista de Símbolos

\triangleq	Igual por definição;
\in	Pertence a;
$\left[\begin{array}{c c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$	Forma abreviada da realização da matriz de transferência $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$;
$\ \cdot \ _{\infty}$	Norma \mathcal{H}_{∞} ;
$\ \cdot \ _2$	Norma \mathcal{H}_2 ;
$c(t)$	Vetor de saídas da planta no domínio do tempo;
$d(t)$	Vetor de distúrbios no domínio do tempo;
ϵ	Vetor de restrições para otimização escalar;
η	Número de variáveis de otimização;
λ	Vetor de ponderação para otimização escalar;
$n(t)$	Vetor de ruídos de medição no domínio do tempo;
ω_n	Frequência natural;
$r(t)$	Vetor de sinais de referência no domínio do tempo;
τ_d	Atraso puro de tempo;
$u(t)$	Vetor de variáveis manipuladas no domínio do tempo;
\mathbf{u}	Vetor de soluções tentativas;
\mathbf{v}	Vetor de soluções mutantes;
$w(t)$	Vetor de entradas exógenas no domínio do tempo;
$x(t)$	Vetor de variáveis de estado no domínio do tempo;

\mathbf{x}	Vetor de variáveis de otimização;
$y(t)$	Vetor de variáveis de saídas medidas (entradas do controlador) no domínio do tempo;
$z(t)$	Vetor de variáveis de saídas controladas relacionadas ao desempenho no domínio do tempo;
ζ	Fator de amortecimento;
$C(s)$	Matriz de transferência do controlador;
C_r	Taxa de cruzamento;
F	Fator de escala aplicado sobre o vetor diferença na operação de mutação;
\mathcal{F}	Conjunto de controladores com uma estrutura especificada que estabiliza o sistema de controle em malha fechada;
$\mathcal{I}_{(m)}$	Número inteiro pseudoaleatório com distribuição uniforme discreta em $\{1, \dots, m\}$;
$K(s)$	Matriz de transferência do controlador PI, PID, esparsa ou produto de $D(s)$ por $C(s)$;
N	Número de indivíduos da população;
N_g	Número de gerações no algoritmo DE;
$P(s)$	Matriz de transferência da planta generalizada;
\mathbb{R}^n	Conjunto dos vetores de números reais de dimensão n ;
$T_m(s)$	Matriz de transferência do modelo de referência;
T_p	Constante de tempo da componente de 1 ^a ordem do modelo de referência de 3 ^a ordem;
T_z	Parâmetro associado ao zero do modelo de referência;
$T_{zw}(s)$	Matriz de transferência em malha fechada relacionando o vetor de saídas z com o vetor de entradas w ;
T_∞	Matriz de transferência associada ao desempenho \mathcal{H}_∞ que é um determinado bloco de T_{zw} ;

- T_2 Matriz de transferência associada ao desempenho \mathcal{H}_2 que é um determinado bloco de T_{zw} ;
- $\mathcal{U}_{(a;b)}$ Número pseudoaleatório uniformemente distribuído no intervalo (a,b) ;

Lista de Abreviações

DE	<i>Differential Evolution;</i>
EOTF	<i>Effective Open-Loop Transfer Function;</i>
ETF	<i>Equivalent Transfer Function;</i>
HGO	<i>Heavy Gas Oil;</i>
IMC	<i>Internal Model Control;</i>
LGO	<i>Light Gas Oil;</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output;</i>
NRG	<i>Non-square Relative Gain Array;</i>
PID	Proporcional, Integral, Derivativo;
PSO	<i>Particle Swarm Optimization;</i>
QUERO	Querosene;
RESID	Óleo Residual;
RGA	<i>Relative Gain Array;</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output;</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition;</i>

Capítulo 1

Introdução

Os sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês *multiple-input multiple-output*), múltiplos atrasos de tempo e acoplamento entre as malhas de controle são comuns em processos industriais. Estes sistemas podem ser quadrados, quando o número de entradas é igual ao número de saídas, $p = q$, ou não-quadrados, quando o número de entradas difere do número de saídas, $p \neq q$, conforme apresentado na figura 1.1. Algumas das configurações dos sistemas de controle multivariáveis podem se apresentar como descentralizadas, por desacoplador, centralizadas ou esparsas utilizando, por exemplo, uma estrutura de controle PID.

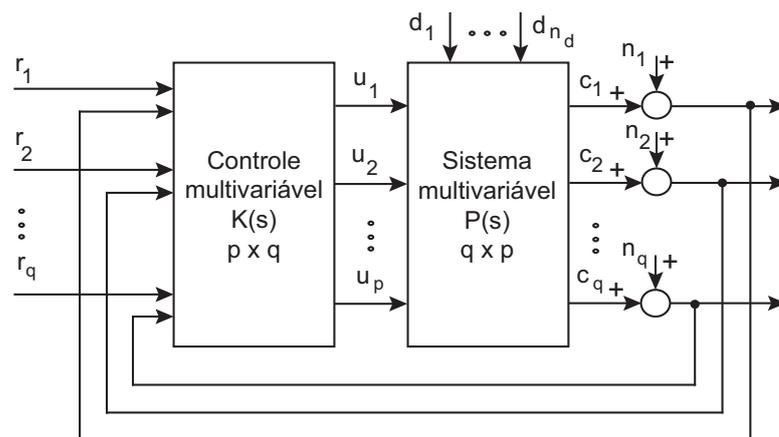


Figura 1.1: Controle de sistemas multivariáveis não-quadrados.

No caso de sistemas quadrados, a estrutura PI/PID descentralizada é a mais popular

devido a sua simplicidade, um menor número de parâmetros, robustez contra falhas nos sensores/atuadores e facilidade de compreensão, conforme apresentado em [Dittmar et al. \(2012\)](#) e referências lá contidas. No controle descentralizado (ou multi-malhas), baseado no emparelhamento de entradas e saídas, um sistema MIMO é decomposto em um número equivalente de sistemas com uma entrada e uma saída (SISO, do inglês *single-input single-output*). Nesta abordagem, os controladores são projetados para cada sistema SISO individualmente utilizando-se de métodos diretos, identificação do último ponto da resposta em frequência do processo multivariável e o seu deslocamento para um determinado local no plano complexo, técnicas de otimização não-lineares com restrições, ou ainda modelos efetivos não-paramétricos com otimização não-convexa ([Huang et al.; 2003](#); [Campestrini et al.; 2009](#); [Dittmar et al.; 2012](#); [Jin and Liu; 2014b](#)). A definição de qual variável manipulada irá controlar qual saída da planta, ou a definição do melhor emparelhamento possível, pode ser obtida utilizando o método de matriz de ganhos relativos (RGA, do inglês *Relative Gain Array*) introduzido por [Bristol \(1966\)](#).

Em sistemas não-quadrados, como o problema padrão de controle Shell ([Vlachos et al.; 2002](#)) com 3 entradas e 2 saídas, ou o problema de controle da unidade de destilação de óleo cru ([Muske et al.; 1991](#)), com 5 entradas e 4 saídas, uma das alternativas para aplicação do controle PID descentralizado é remover a saída menos significativa, no caso de $p < q$, ou ajustar para manual as entradas extras, no caso de $p > q$. O acréscimo de entradas e saídas pode ser dispendioso, enquanto que removê-las pode reduzir o desempenho do sistema ou ainda torná-lo instável ([Chen et al.; 2011](#); [Jin and Liu; 2014b](#)). Em [Chang and Yu \(1990\)](#), o conceito do RGA é estendido a sistemas MIMO não-quadrados conhecido como matriz de ganhos relativos não-quadrados (NRG, do inglês *Non-square Relative Gain Array*). O NRG pode ser um critério de escolha de um subsistema quadrado a partir de um sistema não-quadrado. No caso de processos não-quadrados ou processos com fortes interações entre as malhas de controle, é interessante considerar estruturas de controle mais complexas como controle por desacoplador

ou controle centralizado.

A estrutura de controle por desacoplador é apresentada na figura 1.2. Neste caso, o controlador é a combinação do controle PID descentralizado e o desacoplador, $K(s) = D_p(s)C(s)$. O objetivo do desacoplador é produzir uma matriz de transferência quadrada $H(s) = [h_{i,j}(s)]_{q \times q} = P(s)D_p(s)$ próximo a uma matriz de transferência diagonal. Neste caso, o i -ésimo controlador PID, $C_i(s)$, $i = 1, \dots, q$, pode ser facilmente sintonizado com base em técnicas de sintonia para uma entrada e uma saída, considerando somente a função de transferência $h_{i,i}(s)$. Há vários métodos diferentes disponíveis

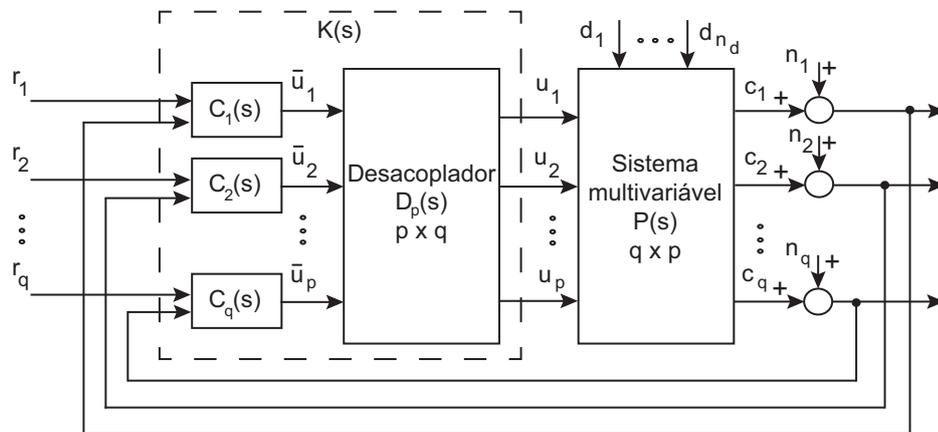


Figura 1.2: Controle por desacoplador de sistemas multivariáveis não-quadrados.

para o cálculo do desacoplador, tanto no caso de processos quadrados (Gagnon et al.; 1998; Cai et al.; 2008; Shen and Sun; 2012) e não-quadrados (Chen et al.; 2011; Jin et al.; 2014). Alguns métodos aplicados a sistemas quadrados podem ser estendidos a processos não-quadrados considerando a operação da pseudo-inversa. Para obter um desacoplador, $D_p(s)$, mais simples, a inversa ou pseudoinversa pode ser aproximada com base em funções de transferência equivalentes (ETF, do inglês *Equivalent Transfer Function*) (Cai et al.; 2008). Esta abordagem leva em conta o fato de que quase todos os processos industriais são estáveis em malha aberta e exibem comportamento não oscilatório para entradas em degrau unitário, o que possibilita a simplificação dos elementos da função de transferência de ordem elevada, analiticamente ou de forma empírica, por modelos de primeira ordem mais atraso de tempo para fins de análise e

projeto de controle (Cai et al.; 2008). O método de síntese analítico baseado em ETF é muito interessante devido a simplicidade mas não pode ser aplicado a todos os tipos de processo, além de não lidar diretamente com múltiplos objetivos de controle.

No caso de controladores PID centralizados, todos os elementos do controlador $p \times q$ são blocos PI/PID, que conectam todas as saídas a todas as entradas, apresentando como desvantagem a sua complexidade (Sarma and Chidambaram; 2005; Ganesh and Chidambaram; 2010; Shen et al.; 2014; Wang et al.; 2015). Uma estrutura intermediária entre os controladores PID descentralizados e os controladores PID centralizados ou por desacoplador é o controlador PID esparso (Shen et al.; 2010; Jin et al.; 2013). No controlador PID esparso alguns elementos da matriz de transferência do controlador multivariável podem ser nulos simplificando a implementação. A questão a ser respondida é qual o controlador esparso mais simples que resulta em um desempenho similar ao apresentado por uma estrutura de controlador mais complexa e como sintetizá-lo (Shen et al.; 2010). Neste sentido, no trabalho de Jin et al. (2013) são aplicados os conceitos de função de transferência em malha aberta efetiva (EOTF, do inglês *Effective Open-Loop Transfer Function*), o método de controle por modelo interno (IMC, do inglês *Internal Model Control*) e a combinação da capacidade de procura global do algoritmo de otimização por enxame de partículas (PSO, do inglês *Particle Swarm Optimization*) com a exatidão da otimização local do novo algoritmo de Luus e Jaakola (NLJ, do inglês *New Luus and Jaakola*) para a síntese de controladores PID esparsos com filtros de primeira ordem com atraso e a estrutura de um controlador específico para sistemas não-quadrados.

1.1 Motivação

Normalmente, em projetos de controladores, nos deparamos com situações em que há conflitos entre os diferentes objetivos de sistemas de controle. Além disso, quando se trata de sistemas MIMO encontrados em diversos processos industriais, a interação

existente entre as malhas de controle é um fator a mais extremamente relevante que deve ser levado em consideração na síntese de controladores. Junta-se ainda o fato de que em sistemas MIMO, a síntese de controladores deve considerar o número de variáveis de entradas e saídas, considerando se os processos são quadrados ou não-quadrados. Os controladores PI/PID ainda são as técnicas dominantes utilizadas nos níveis mais baixos de sistemas de controle (Xiong et al.; 2007), utilizados em sistemas SISO ou MIMO, sendo que neste último, a maioria utilizada é em sistemas de controle descentralizados ou multi-malhas. Recentemente, a estratégia de controle centralizada foi aplicada para sistemas não-quadrados com atrasos de tempo (Wang et al.; 2015). Em Rao and Chidambaram (2006), são projetados controladores PI centralizados combinados com compensador de atraso tipo preditor Smith para sistemas não-quadrados.

Motivado pelos fatos mencionados, essa dissertação propõe implementar e avaliar uma técnica de síntese de controladores PI/PID para processos MIMO, quadrados ou não-quadrados, baseada em um problema de otimização não-linear que possa lidar com qualquer estrutura de controle, atrasos de tempo e múltiplos objetivos. Na formulação do problema de otimização, é considerada a abordagem da aproximação \mathcal{H}_∞ do modelo de referência pela matriz de referência em malha fechada relacionando os sinais de referência e as saídas do processo para garantir o desacoplamento entre as malhas de controle e as especificações quanto a resposta de rastreamento. Outros objetivos de controle podem ser formulados utilizando as normas \mathcal{H}_2 ou \mathcal{H}_∞ das matrizes de transferência em malha fechada. Esta abordagem foi aplicada com sucesso para a síntese de controladores PI desacopladores robustos descentralizados em Gonçalves et al. (2012), para controle robusto de sistemas quadrados em Siqueira et al. (2014) considerando o algoritmo cone-elipsoidal para otimização e controladores desacopladores para sistemas não-quadrados em e Silva (2017). Uma das dificuldades da estratégia de aproximação de modelo de referência é a determinação do modelo de referência mais adequado para cada problema, que resulte em um bom compromisso entre os diferentes objetivos de

controle. A maioria das estratégias de síntese apresentam parâmetros de sintonia para obtenção deste compromisso. No caso de modelos de referência, pode ser necessário um maior número de parâmetros de sintonia. Outra motivação deste trabalho é avaliar a aplicação de técnicas de otimização não-linear para auxiliar na escolha dos parâmetros de sintonia do modelo de referência.

Como método de otimização não-linear, foi escolhido o algoritmo evolução diferencial (DE, do inglês *Differential Evolution*) baseado em experiências prévias e em sua simplicidade de implementação e uso.

1.2 Objetivo

O objetivo desta dissertação é estudar e avaliar a síntese de controladores PI centralizados ou esparsos via otimização multiobjetivo não-linear por meio do algoritmo evolução diferencial.

Os seguintes objetivos específicos são considerados:

- Definir uma matriz de transferência como um modelo de referência que garanta o desempenho da resposta de rastreamento e o desacoplamento entre as malhas de controle considerando atrasos de tempo;
- Avaliar a aplicação de técnicas de otimização não-linear para auxiliar na escolha dos parâmetros de sintonia do modelo de referência.
- Definir as classes de problemas a qual a metodologia se aplica e representá-las por uma estrutura multiobjetivo de otimização considerando as normas \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 apropriadas a cada objetivo;
- Ajustar o algoritmo evolução diferencial para solução do problema de otimização proposto;
- Comparar o desempenho das diferentes estruturas de controle;

- Evidenciar a eficácia da metodologia de síntese proposta por meio de simulações comparando a outras técnicas existentes na literatura.

1.3 Sumário das Contribuições

As principais contribuições deste trabalho são:

- Avaliar o procedimento de síntese por otimização para controladores PI esparsos e centralizado. O procedimento proposto permite ao projetista encontrar um controlador bastando o ajuste de alguns parâmetros tais como: o modelo de referência; ponderações sobre os objetivos; número de iterações; precisão.
- Propor uma metodologia para encontrar o modelo de referência mais adequado ao projeto de sintonia do controlador. Modelos de referência de primeira, segunda ou terceira ordem poderão ser obtidos considerando o processo multivariável a ser controlado. Os parâmetros iniciais para teste do modelo de referência poderão ser obtidos por otimização. Uma matriz de transferência diagonal é considerada para garantir o desacoplamento entre as malhas.
- Estudo comparativo entre diferentes estruturas de controle para avaliar a aplicabilidade de controladores centralizados e esparsos. A metodologia proposta possibilita a obtenção de controladores PI/PID centralizados ou esparsos por otimização, cujo desempenho poderá ser comparado e inferir a melhor estrutura a ser utilizada entre elas.
- Propor a melhor estrutura do controlador esparsos. Além da comparação entre as estruturas de controle, caso se aponte o controlador PI esparsos como uma possibilidade, dentre as configurações permitidas, a metodologia poderá ser utilizada para a escolha da melhor estrutura PI esparsos.

1.4 Organização da Dissertação

O capítulo 2 apresenta a formulação do problema a ser considerado, utilizando uma representação em espaço de estados. Alguns aspectos teóricos importantes que servem de base para a metodologia proposta são mencionadas. O problema de controle é formatado como uma planta generalizada padrão. A representação da matriz de transferência em malha fechada que relaciona as variáveis controladas e entradas exógenas, bem como quais destas variáveis poderão ser escolhidas é mostrada com as respectivas normas que deverão ser minimizadas dependendo do objetivo de controle. Considera-se ainda neste capítulo, a formulação do problema de otimização multiobjetivo que poderá ser não-convexo, não-diferenciável e multimodal além dos parâmetros de ajustes da função objetivo. O modelo de referência também é considerado com algumas observações quanto a sua escolha.

O capítulo 3 descreve o algoritmo evolução diferencial utilizado para solução do problema de otimização não-linear tratado nesta metodologia. Este algoritmo inclui operadores computacionais similares aos empregados em algoritmos evolucionários padrões: mutação, cruzamento ou recombinação e seleção. Cada uma destas etapas são apresentadas além do pseudo-código e parâmetros importantes como o critério de parada e tratamento de restrições.

O capítulo 4 trata dos resultados obtidos por meio de simulações computacionais aplicadas a exemplos ilustrativos. Cada exemplo é apresentado, definindo-se as entradas exógenas e variáveis de desempenho. Todos os parâmetros configurados são apresentados. As estruturas de controle que melhor se saíram nas simulações de cada exemplo são mostradas assim como as tabelas comparativas com os índices de desempenho definidos.

Finalmente, o capítulo 5 apresenta as conclusões gerais deste trabalho e propostas de estudos futuros.

Capítulo 2

Formulação do Problema

Este capítulo descreve a formulação de um problema multiobjetivo para a síntese de um controle multivariável por otimização não-linear. A notação compacta aplicada para representar a matriz de transferência em espaço de estados é considerada:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]. \quad (2.1)$$

2.1 Classes de Plantas ou Sistemas

O método proposto se aplica à todas as classes de sistemas multivariáveis lineares invariantes no tempo incluindo sistemas:

- **Quadrados ou não-quadrados.** Conforme mencionado no capítulo 1, os sistemas MIMO podem ser quadrados, quando o número de entradas é igual ao número de saídas, $p = q$, ou não-quadrados, quando o número de entradas difere do número de saídas, $p \neq q$. Este último, apresenta especial interesse e neste sentido abordagens como a NRG (Chang and Yu; 1990) ou a decomposição em valores singulares (SVD, do inglês *Singular Value Decomposition*) (Lau et al.; 1985) são utilizadas na síntese de controladores multivariáveis para sistemas não-quadrados. A utilização de otimização não-linear permite a procura de um controlador PI/PID adequado

para sistemas quadrados e não-quadrados que atenda múltiplos objetivos de controle.

- **Atraso puro de tempo.** Os atrasos de tempo no sistema multivariável foram incluídos e aproximados por funções racionais por meio da aproximação de Padé de terceira ordem

$$e^{-\tau_d s} \approx \frac{1 - \frac{\tau_d}{2}s + \frac{\tau_d^2}{10}s^2 - \frac{\tau_d^3}{120}s^3}{1 + \frac{\tau_d}{2}s + \frac{\tau_d^2}{10}s^2 + \frac{\tau_d^3}{120}s^3} \quad (2.2)$$

em que τ_d representa o atraso de tempo, tanto na matriz de transferência do processo como no modelo de referência.

O problema de controle deste trabalho considera o sistema de controle generalizado conforme a figura 2.1.

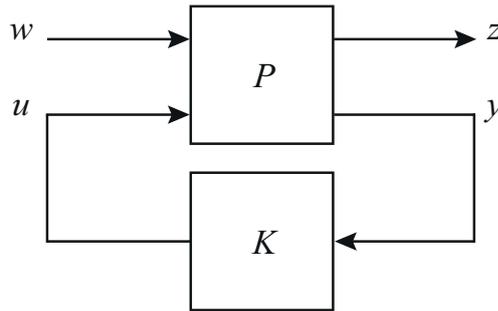


Figura 2.1: Sistema de Controle Generalizado.

O sistema em tempo contínuo, linear e invariante no tempo, $P(s)$, pode ser descrito pelo modelo em espaço de estados

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t), \\ z(t) &= C_z x(t) + D_{zu} u(t) + D_{zw} w(t), \\ y(t) &= C_y x(t) + D_{yw} w(t), \end{aligned} \quad (2.3)$$

em que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de variáveis manipuladas (as saídas do controlador), $w(t) \in \mathbb{R}^{n_w}$ é o vetor de entradas exógenas (sinais de referência $r(t) \in \mathbb{R}^q$, distúrbios $d(t)$, e ruídos de medição $n(t) \in \mathbb{R}^q$), $z(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ é o vetor de saídas

controladas (variáveis relacionadas ao desempenho como saídas da planta $c(t) \in \mathbb{R}^q$ e variáveis manipuladas $u(t)$) e $y(t) \in \mathbb{R}^q$ é o vetor de saídas medidas que são as entradas do controlador por realimentação dinâmica de saída.

2.2 Controle Dinâmico por Realimentação de Saída

Considerando o controle dinâmico por realimentação de saída com a ação de controle do tipo $U(s) = K(s)Y(s)$, podemos representar o controlador PI/PID centralizado ou esparso por

$$K(s) \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A_k & B_k \\ \hline C_k & D_k \end{array} \right], \quad (2.4)$$

e a matriz de transferência em malha fechada que relaciona as variáveis controladas, $z(t)$, e entradas exógenas, $w(t)$, por

$$T_{zw}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_f & B_f \\ \hline C_f & D_f \end{array} \right]. \quad (2.5)$$

Esta matriz de transferência, por sua vez, pode ser calculada por

$$\begin{aligned} A_f &= \left[\begin{array}{cc} A + B_u D_k C_y & B_u C_k \\ B_k C_y & A_k \end{array} \right], \\ B_f &= \left[\begin{array}{c} B_w + B_u D_k D_{yw} \\ B_k D_{yw} \end{array} \right], \\ C_f &= \left[\begin{array}{cc} C_z + D_{zu} D_k C_y & D_{zu} C_k \end{array} \right], \\ D_f &= \left[\begin{array}{c} D_{zw} + D_{zu} D_k D_{yw} \end{array} \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Podemos considerar como variáveis de desempenho as saídas do processo e as variáveis manipuladas e como entradas exógenas os sinais de referência, distúrbios e ruídos de medição. Deste modo, a matriz de transferência em malhada fechada pode ser dividida em seis blocos:

$$\begin{bmatrix} C(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{cr}(s) & T_{cd}(s) & T_{cn}(s) \\ T_{ur}(s) & T_{ud}(s) & T_{un}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ D(s) \\ N(s) \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

2.3 Formulação do Problema de Síntese do Controlador Multivariável

Na avaliação do desempenho do sistema de controle, normas de sistemas como \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞ , são bastante úteis. A norma \mathcal{L}_2 de um vetor de sinais contínuos no tempo, $w(t)$, é

$$\|w(t)\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \sum_i |w_i(t)|^2 dt}. \quad (2.8)$$

Se a integral é finita, então $w(t) \in \mathcal{L}_2$. A norma \mathcal{H}_∞ de uma matriz de transferência, $T_{zw}(s)$, representa o pior caso da relação entre a energia do vetor de saída, $z(t)$, e do vetor de entrada, $w(t)$:

$$\|T_{zw}\|_\infty = \max_{w(t) \in \mathcal{L}_2, w(t) \neq 0} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2}. \quad (2.9)$$

Uma das interpretações da norma \mathcal{H}_2 de uma função de transferência é que ela se refere a norma \mathcal{L}_2 do vetor de saída quando o vetor de entrada for composto por sinais de ruído branco. Maiores informações sobre normas e análises funcionais podem ser encontrados em [Zhou and Doyle \(1998\)](#).

Neste trabalho é considerada a formulação do problema da síntese de um controlador geral multivariável como um problema de otimização multiobjetivo que combina três

diferentes objetivos:

$$K^*(s) = \arg \min_{K(s)} \begin{bmatrix} \|E(s,K)\|_\infty \\ \|T_\infty(s,K)\|_\infty \\ \|T_2(s,K)\|_2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Sujeito a: $K(s) \in \mathcal{F}$,

onde \mathcal{F} é o conjunto de controladores com uma estrutura especificada que estabiliza o sistema de controle em malha fechada. O erro de aproximação, $E(s,K)$, é definido como o erro entre o modelo de referência, $T_m(s)$, e a matriz de transferência em malha fechada, $T_{cr}(s)$, relacionando o vetor de saídas da planta, $c(t)$, e o vetor dos sinais de referência, $r(t)$:

$$E(s,K) \triangleq T_m(s) - T_{cr}(s,K). \quad (2.11)$$

Neste problema, T_∞ e T_2 são matrizes de transferências associadas ao desempenho \mathcal{H}_∞ e \mathcal{H}_2 , respectivamente, que são determinados blocos de T_{zw} .

Considerando que será adotado uma técnica de otimização escalar, o problema de otimização multiobjetivo (2.10) foi formulado como um problema de otimização escalar genérico como se segue:

$$\begin{aligned} K^*(s) &= \arg \min_{K(s)} \lambda_e \|E(s,K)\|_\infty + \lambda_\infty \|T_\infty(s,K)\|_\infty + \lambda_2 \|T_2(s,K)\|_2 \\ \text{Sujeito a: } &\|E(s,K)\|_\infty \leq \epsilon_e \\ &\|T_\infty(s,K)\|_\infty \leq \epsilon_\infty \\ &\|T_2(s,K)\|_2 \leq \epsilon_2 \\ &K(s) \in \mathcal{F}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

sendo o vetor de ponderação $\lambda = [\lambda_e \ \lambda_\infty \ \lambda_2]^T$ e o vetor de restrições $\epsilon = [\epsilon_e \ \epsilon_\infty \ \epsilon_2]^T$ aplicados para formular o problema multiobjetivo como um problema de otimização escalar. Por meio de uma escolha apropriada de λ e ϵ é possível alcançar o equilíbrio desejado entre as três funções objetivo. Como geralmente deseja-se um controlador que atenda a determinadas especificações de projeto, tal como erro mínimo de aproximação

de modelo, esforço de controle limitado entre outros, não é necessário aplicar uma técnica de otimização multiobjetivo para gerar uma população de controladores nas quais a maioria será descartada. Esta característica da formulação do problema da síntese do controlador será melhor ilustrada no capítulo 4, com a apresentação de exemplos.

2.4 O Modelo de Referência

A metodologia proposta neste trabalho passa pela minimização do erro de aproximação entre a matriz de transferência em malha fechada que relaciona as saídas controladas, vetor $c(t)$, com as referências, vetor $r(t)$, e um modelo de referência. Há uma importante regra no problema da síntese de um controlador multivariável: o modelo de referência deve ser uma matriz diagonal

$$T_m(s) = \begin{bmatrix} T_{m,1}(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T_{m,2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & T_{m,q}(s) \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

para garantir o desacoplamento entre as malhas de controle. Se $\|E(s,K)\|_\infty \approx 0$, então o sinal de referência $r_i(t)$ terá influência mínima sobre as outras saídas do processo, $c_j(t)$, $i \neq j$, e a resposta transitória de rastreamento de $c_i(t)$ será determinada pela matriz de transferência diagonal, $T_{m,i}$, $i = 1, \dots, q$.

Os parâmetros das funções de transferências da matriz do modelo de referência são os parâmetros de sintonia da síntese que permitem obter um compromisso entre objetivos de controle. Neste trabalho é proposto a determinação de tais parâmetros através de um problema de otimização multiobjetivo considerando funções de segunda ou terceira

ordem de acordo com o problema:

$$T_{m,i}(s) = \frac{\omega_{n,i}^2 (T_{z,i}s + 1)e^{-\tau_{d_i}s}}{s^2 + 2\zeta_i\omega_{n,i}s + \omega_{n,i}^2}, \quad (2.14)$$

ou

$$T_{m,i}(s) = \frac{\omega_{n,i}^2 (T_{z,i}s + 1)e^{-\tau_{d_i}s}}{(T_{p,i}s + 1)(s^2 + 2\zeta_i\omega_{n,i}s + \omega_{n,i}^2)} \quad (2.15)$$

em que $T_{z,i}$, ζ_i , $\omega_{n,i}$ e $T_{p,i}$ com $i = 1 \dots q$, são os parâmetros de otimização acrescentados aos parâmetros do controlador. Os atrasos de tempo τ_{d_i} são fixados como sendo valor de atraso do elemento da matriz de transferência do processo cujo o cálculo do NRG apontou o melhor emparelhamento entre a saída e a entrada. Na impossibilidade do cálculo do NRG, quando, por exemplo, o sistema se mostra instável em malha aberta com pólos na origem, optou-se pelo menor valor de atraso de cada saída em relação às entradas conforme o modelo do processo.

O modelo de referência multivariável em espaço de estados na forma compacta é:

$$T_m(s) = C_m(sI - A_m)^{-1}B_m + D_m = \left[\begin{array}{c|c} A_m & B_m \\ \hline C_m & D_m \end{array} \right]. \quad (2.16)$$

A obtenção do modelo de referência pode ser realizada em duas etapas. Inicialmente, utiliza-se como objetivo, minimizar o erro de aproximação $\|E(s, K, T_m)\|_\infty$ para encontrar um erro pequeno o bastante que garanta um desacoplamento aceitável entre as malhas. O problema de otimização (2.12) é modificado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} K^*(s) &= \arg \min_{K, T_m} \|E(s, K, T_m)\|_\infty \\ \text{Sujeito a: } & K(s) \in \mathcal{F} \\ & \max_i \Re(\lambda_i(A_m)) \leq \sigma \\ & \zeta_{\min,j} \leq \zeta_j \leq \zeta_{\max,j}, \quad j = 1 \dots q, \end{aligned} \quad (2.17)$$

sendo que \mathcal{F} é o conjunto de controladores com uma estrutura especificada que estabiliza

o sistema de controle em malha fechada, $\Re\{\lambda\} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ é a parte real de λ , $\lambda_i(A_m)$ é o i -ésimo autovalor de A_m , matriz de transmissão dos estados do modelo de referência, $\zeta_{min,j}$ e $\zeta_{max,j}$, são respectivamente os j -ésimos valores mínimo e máximo de ζ_j das funções de transferências de segunda ordem e $\sigma < 0$ é o limite superior da parte real de $\lambda_i(A_m)$. Esta última restrição pretende fazer com que os polos do modelo de referência sejam alocados a uma distância mínima do eixo imaginário no semiplano esquerdo para garantir um tempo de acomodação mínimo da resposta transitória. Os valores de $\zeta_{min,i}$, $\zeta_{max,i}$ e σ são parâmetros à escolha do projetista, sendo as únicas variáveis de otimização que podem ser restritas.

Caso o controlador e o modelo de referência obtidos resultem em uma resposta transitória satisfatória, com critérios de desempenho aceitáveis, finaliza-se a obtenção do modelo de referência nesta etapa e, inclusive, o projeto. Caso não atendam, uma segunda etapa pode ser realizada considerando a restrição ϵ_e cujo valor mínimo aceitável para testes é o erro de aproximação encontrado na etapa anterior. Esta etapa tem por finalidade garantir o menor erro de aproximação com um menor tempo de resposta possível. Assim, mais uma vez o problema de otimização é modificado tomando a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 K^*(s) &= \arg \min_{K, T_m} \max_i \Re\{\lambda_i(A_m)\} \\
 \text{Sujeito a: } & K(s) \in \mathcal{F} \\
 & \|E(s, K, T_m)\|_\infty \leq \epsilon_e \\
 & \zeta_{min,j} \leq \zeta_j \leq \zeta_{max,j}, \quad j = 1 \dots q.
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Após esta segunda etapa, os valores encontrados dos parâmetros do modelo de referência são os valores a partir dos quais ajustes poderão ser realizados para encontrar um melhor compromisso entre os diversos critérios de desempenho, considerando estruturas de controladores PI centralizados ou controladores PI esparsos.

2.5 Outros Objetivos de Controle

Além da resposta transitória de rastreamento, outros objetivos são tratados: rejeição a distúrbios, atenuação de ruídos e minimização do esforço de controle. A escolha destes objetivos depende do tipo de entradas exógenas do sistema. As matrizes de transferência $T_\infty(s,K)$ e $T_2(s,K)$ são blocos apropriados de $T_{zw}(s,K)$ na equação (2.7) sendo a escolha determinada pelo tipo de problema a ser tratado. As estruturas serão abordadas no capítulo 4 em que serão considerados ou incluídos estes objetivos.

Capítulo 3

Metodologia de Síntese

O algoritmo Evolução Diferencial, introduzido por [Storn and Price \(1997\)](#), é um algoritmo de otimização não-linear, evolucionário, estocástico e baseado em população para resolver funções com valores reais. O algoritmo DE inclui operadores computacionais como os empregados por algoritmos evolucionários padrão: mutação, cruzamento ou recombinação e seleção. Seja $\mathcal{U}_{(a;b)}$, um número pseudoaleatório uniformemente distribuído no intervalo aberto (a,b) ; $\mathcal{I}_{(m)}$ um valor inteiro pseudoaleatório extraído da distribuição uniforme discreta em $\{1, \dots, m\}$; $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^\eta$ o vetor de variáveis de otimização e N o número de indivíduos (soluções candidatas) da população. Defina a população na k -ésima iteração, $X_k = \{\mathbf{x}_{k,i}; i = 1, \dots, N\}$, sendo a i -ésima solução:

$$\mathbf{x}_{k,i} = \begin{bmatrix} \theta_{k,i,1} \\ \vdots \\ \theta_{k,i,\eta} \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Os operadores do algoritmo DE são descritos na sequência.

3.1 População Inicial

O método DE começa com uma população inicial de soluções candidatas aleatórias uniformemente distribuídas dentro do espaço de busca restrito pelos limites mínimo e máximo prescritos de cada variável, $\theta_{1,i,j} \in [\underline{m}_j, \overline{m}_j]$:

$$\theta_{1,i,j} = \mathcal{U}_{(\underline{m}_j, \overline{m}_j)}, \quad (3.2)$$

$$i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, \eta.$$

3.2 Mutação Diferencial

Considere os índices $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ dados por $r_j = \mathcal{I}_{(N)}$, $j = 1, \dots, 3$. A i -ésima soluço mutante   obtida baseada na seguinte opera o de muta o diferencial:

$$\mathbf{v}_{k,i} = \mathbf{x}_{k,r_1} + F_i(\mathbf{x}_{k,r_2} - \mathbf{x}_{k,r_3}), \quad (3.3)$$

$i = 1, \dots, N$, em que F_i   um fator de escala aplicado sobre o vetor diferença. Neste trabalho, adotou-se $F_i = \mathcal{U}_{(0,5;1)}$ para cada vetor diferença.

3.3 Cruzamento ou Recombina o

A recombina o entre os indivíduos da k -ésima popula o, X_k , e da popula o mutante, V_k , gera a popula o tentativa, U_k :

$$u_{k,i,j} = \begin{cases} v_{k,i,j}, & \text{se } \mathcal{U}_{(0,1)} \leq C_r \text{ ou } j = \delta_i \\ \theta_{k,i,j}, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (3.4)$$

para $j = 1, \dots, \eta$, $i = 1, \dots, N$, sendo $C_r \in [0,1]$ a taxa de cruzamento. Adotou-se neste trabalho $C_r = 0,9$. O  ndice $\delta_i = \mathcal{I}_{(\eta)}$ garante $\mathbf{u}_{k,i} \neq \mathbf{x}_{k,i}$.

3.4 Seleção

O próximo passo do algoritmo é a operação de seleção para determinar se o alvo, $\mathbf{x}_{k,i}$, ou o vetor de tentativas, $\mathbf{u}_{k,i}$, sobrevive na próxima geração:

$$\mathbf{x}_{k+1,i} = \begin{cases} \mathbf{u}_{k,i}, & \text{se } f(\mathbf{u}_{k,i}) \leq f(\mathbf{x}_{k,i}) \\ \mathbf{x}_{k,i}, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (3.5)$$

$i = 1, \dots, N$.

3.5 Critério de Parada

Geralmente o critério de parada de algoritmos evolucionários é um número máximo fixo de gerações, N_g , também adotado neste trabalho. Considerou-se também um critério de parada baseado na diferença entre os valores máximo e o mínimo da função objetivo: $\max_i f(\mathbf{x}_{k,i}) - \min_j f(\mathbf{x}_{k,j}) \leq \epsilon_g$. Adotou-se $\epsilon_g = 10^{-6}$. O número de gerações N_g será apresentado conforme cada teste realizado no capítulo 4.

3.6 Pseudocódigo

Dado $M \in \mathbb{R}^{\eta \times 2}$, a matriz onde a j -ésima linha define os limites iniciais da variável, $[\underline{\theta}_j, \bar{\theta}_j]$, e N , o tamanho da população, o algoritmo DE pode ser descrito como:

```

k ← 1
Xk ← Criar_Populacao_inicial(M,N)
Fx ← Funcao_Objetivo(Xk)
Enquanto critério de parada não for atingido
  para i ← 1, ..., N
    Gerar r1 ≠ r2 ≠ r3 ≠ i ∈ {1, ..., N}
    Fi ← U(0,5;1)
    vk,i ← xk,r1 + Fi × (xk,r2 - xk,r3)
  fim
  para i ← 1, ..., N
    δi ← I(η)
    uk,i ← recombinao(θk,i, vk,i, δi, Cr)
  fim
  Fu ← Funcao_Objetivo(Uk)
  Xk+1 ← Selecao(Xk, Uk, Fx, Fu)
  k ← k + 1
fim

```

3.7 Tratamento das Restrições

O algoritmo DE é desenvolvido para resolver problemas de otimização irrestritos. Para lidar com problemas de otimização com restrições é necessário inclui-las na função objetivo pelo método de penalidades. Seja $f_0 = \lambda_e \|E(s,K)\|_\infty + \lambda_\infty \|T_\infty(s,K)\|_\infty + \lambda_2 \|T_2(s,K)\|_2$, $f_1 = \max_i \Re(\lambda_i(A_f))$, $\Re(\lambda) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ a parte real de λ e $\lambda_i(A_f)$ o i -ésimo autovalor de A_f após a realização mínima de T_{zw} , $f_2 = \max\{-T_{i,1}, \dots, -T_{i,p}\}$, $T_{i,j}$ o j -ésimo tempo integral, e $f_3 = \max\{\|E(s,K)\|_\infty - \epsilon_e, \|T_\infty(s,K)\|_\infty - \epsilon_\infty, \|T_2(s,K)\|_2 -$

ϵ_2 }. Considerou-se a seguinte função objetivo modificada no algoritmo DE:

$$f(K) = \begin{cases} 10^{14} + f_1, & \text{se } f_1 \geq 0, \\ 10^{10} + f_2, & \text{se } f_1 < 0, f_2 > 0, \\ 10^6 + f_3, & \text{se } f_1 < 0, f_2 \leq 0, f_3 > 0, \\ f_0, & \text{se } f_1 < 0, f_2 \leq 0, f_3 \leq 0. \end{cases} \quad (3.6)$$

Na seleção entre as soluções alvo e teste, a solução que resulta em um sistema em malha fechada instável é pior que uma solução que resulta em um sistema em malha fechada estável mas com tempo integral negativo no controlador PI/PID, que por sua vez é pior que uma solução que viola as restrições ϵ , que é pior que uma solução factível. Quando se compara duas soluções que violam as mesmas restrições, a melhor solução é aquela que está mais próxima da região factível.

O algoritmo DE também pode ser utilizado para a obtenção do modelo de referência descrito no capítulo 2, seção 2.4, considerando-se inicialmente $f_0 = \|E(s, K, T_m)\|_\infty$ ou, caso necessário, $f_0 = \max_i \Re(\lambda_i(A_m))$, além das restrições das variáveis de otimização consideradas e indicadas em (2.17) e (2.18) respectivamente.

Capítulo 4

Exemplos Ilustrativos

Neste capítulo, a metodologia de projeto proposta foi aplicada por meio de simulações computacionais em exemplos ilustrativos. Todos os testes foram realizados utilizando o Matlab[®] e o Simulink[®], sendo que neste último considerou-se blocos de atraso de tempo ao invés de aproximações de Padé.

A integral do erro ao quadrado foi utilizada como índice de desempenho para comparar os diferentes controladores nos exemplos que se seguem sendo definida como:

$$ISE_i \triangleq \int_0^{\infty} [r_i(t) - c_i(t)]^2 dt, \quad (4.1)$$

$$ISE_t \triangleq \sum_{i=1}^m ISE_i \quad (4.2)$$

4.1 Problema de Controle Padrão Shell

4.1.1 Formulação do Problema

Considere o processo fracionador de óleo pesado apresentado na figura 4.1. Este processo foi publicado pela Shell como um problema de controle padrão pela primeira vez em 1986 para avaliação de novas teorias e tecnologias de controle ([Vlachos et al.](#);

2002). O processo é originalmente multivariável não-quadrado (5 x 7) cujo principal objetivo é manter as saídas c_1 e c_2 dentro das especificações enquanto, ao mesmo tempo, a entrada u_3 deve ser minimizada e a saída c_7 deve ser mantida em valores mínimos de -0,5 todo o tempo. Além disso, a saída c_1 deve ser mantida dentro do intervalo de $\pm 0,5$ todo o tempo, enquanto os distúrbios não medidos d_1 e d_2 devem ser rejeitados ainda que os sensores c_1 e c_2 falhem. Sem levar em conta as saídas auxiliares, este sistema pode ser linearmente modelado por uma matriz de transferência 2 x 3 mais distúrbios (matriz de transferência 2 x 2) (Vlachos et al.; 2002; Shen et al.; 2014; Jin et al.; 2014; Jin and Liu; 2014a):

$$C(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-27s}}{50s+1} & \frac{1,77e^{-28s}}{60s+1} & \frac{5,88e^{-27s}}{50s+1} \\ \frac{5,39e^{-18s}}{50s+1} & \frac{5,72e^{-14s}}{60s+1} & \frac{6,9e^{-15s}}{40s+1} \end{bmatrix} U(s) + \begin{bmatrix} \frac{1,2e^{-27s}}{45s+1} & \frac{1,44e^{-27s}}{40s+1} \\ \frac{1,52e^{-15s}}{25s+1} & \frac{1,83e^{-15s}}{20s+1} \end{bmatrix} D(s). \quad (4.3)$$

As constantes de tempo e atrasos de tempo estão em minutos. Os atrasos de tempo foram aproximados por Padé de terceira ordem conforme a equação (2.2), por ser o melhor resultado que se aproxima ao atraso real após algumas simulações, e a realização mínima deste sistema em espaço de estados possui ordem 40. O modelo do processo multivariável (4.3) foi considerado pois é o utilizado por Shen et al. (2014) em seu trabalho cujo método é comparado nesta seção da dissertação.

As variáveis manipuladas estão sujeitas a saturação ($\pm 0,5$) e limitações das taxas de variação ($\pm 0,05$ por minuto) (Vlachos et al.; 2002). A entrada u_3 deve ser minimizada. As entradas de distúrbios d_1 e d_2 não são medidas, porém, limitadas com $|d_1| \leq 0,5$ e $|d_2| \leq 0,5$ (Vlachos et al.; 2002). Além disso, c_1 deve ser mantida na faixa $-0,5 \leq c_1 \leq 0,5$ todo o tempo, enquanto que para c_2 não há requisitos sobre a resposta transitória (Vlachos et al.; 2002).

O vetor de entradas exógenas é definido como $w(t) = [r_1(t) \ r_2(t) \ d_1(t) \ d_2(t)]^T$. As variáveis de desempenho são definidas inicialmente como $z(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ u_1(t) \ u_2(t) \ 10u_3(t)]^T$, onde o peso 10 é aplicado à entrada u_3 para reforçar a sua minimização em relação as

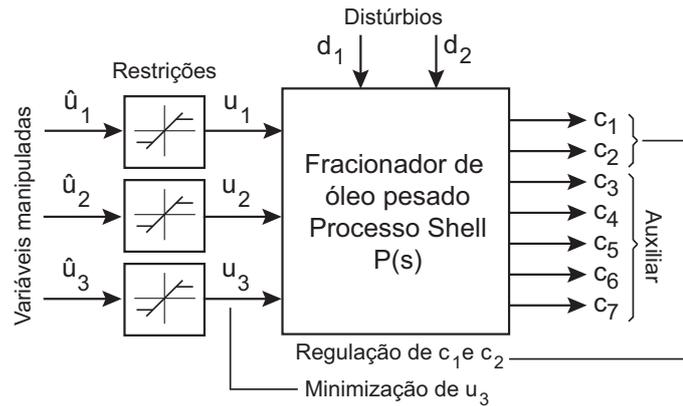


Figura 4.1: Processo Padrão de Controle Shell.

outras duas variáveis manipuladas. O vetor de sinais medidos é definido como o erro de rastreamento: $y(t) = [r_1(t) - c_1(t) \ r_2(t) - c_2(t)]^T$. Para este sistema, além do erro de aproximação, foram considerados $T_\infty(s,K) = T_{cd}(s,K)$ e $T_2(s,K) = T_{ud}(s,K)$ que relacionam as saídas $c(t)$, e entradas $u(t)$, da planta, respectivamente, com os distúrbios $d(t)$.

4.1.2 Síntese do Controlador

Conforme mencionado no item 2.4, a metodologia proposta neste trabalho passa pela minimização do erro de aproximação entre a matriz de transferência em malha fechada, que relaciona as saídas controladas e os sinais de referência, e um modelo de referência que é definido como uma matriz de transferência diagonal

$$T_m(s) = \begin{bmatrix} T_{m,1}(s) & 0 \\ 0 & T_{m,2}(s) \end{bmatrix}.$$

O modelo de referência considerado está conforme o apresentado na equação (2.14) que considera funções de transferência de segunda ordem como elementos da matriz. Foi considerada uma realização no espaço de estados da matriz de referência com aproximação de Padé de terceira ordem do atraso de tempo.

Duas estruturas de controladores são consideradas: PI centralizado e PI esparso.

Todos os parâmetros e considerações utilizadas na síntese bem como os controladores obtidos são apresentados a seguir.

Controlador PI centralizado

A representação do controlador PI centralizado em termos dos parâmetros de otimização é:

$$K(s) \triangleq \left[\begin{array}{cccccc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_6 \\ \hline \theta_7 & \theta_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_7 & \theta_8 \\ 0 & 0 & \theta_9 & \theta_{10} & 0 & 0 & \theta_9 & \theta_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{11} & \theta_{12} & \theta_{11} & \theta_{12} \end{array} \right], \quad (4.4)$$

onde $\theta_j = -1/T_{i,j}$ e $\theta_{6+j} = k_{p,j}$, $j = 1, \dots, 6$.

Inicialmente, o modelo de referência é obtido por meio do problema de otimização (2.17). Definimos as restrições das variáveis de otimização $\zeta_{min,1} = \zeta_{min,2} = 0,1$, $\zeta_{max,1} = \zeta_{max,2} = 0,9$ e $\sigma = 0,04$. Os atrasos de tempo considerados foram $\tau_{d1} = 27$ e $\tau_{d2} = 14$. Considerando um número de gerações $N_g = 10.000$, o erro de aproximação encontrado foi de $\|E(s, K^*, T_m^*)\|_\infty = 0,0592$. O erro de aproximação obtido foi utilizado como referência para a restrição ϵ_e no problema de otimização (2.18) com o intuito de se obter um modelo de referência que apresentasse um menor tempo de subida das variáveis controladas. Este valor foi ajustado para $\epsilon_e = 0,06$ obtendo os seguintes parâmetros do modelo de referência, para um número de gerações $N_g = 20.000$ transcritos para a tabela 4.1.

Tabela 4.1: Parâmetros obtidos para o modelo de referência do processo Shell

Parâmetros $T_{m,1}$	Valor obtido	Parâmetros $T_{m,2}$	Valor obtido
ζ_1	0,9	ζ_2	0,8995
$\omega_{n,1}$	0,0586	$\omega_{n,2}$	0,0592
$T_{z,1}$	5,7703	$T_{z,2}$	14,4753

O controlador obtido com o modelo de referência após duas etapas foi:

$$K_0^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,36186(s+0,1054)}{s} & \frac{-0,20404(s+0,0636)}{s} \\ \frac{-1,0221(s+0,0005132)}{s} & \frac{0,48789(s+0,02376)}{s} \\ \frac{0,70719(s+0,04235)}{s} & \frac{0,022338(s+0,2401)}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Com os parâmetros apresentados na tabela 4.1, o erro de aproximação encontrado foi $\|E(s, K_0^*, T_m^*)\|_\infty = 0,06$ sendo obtido na iteração de número 10.851 por meio do critério de parada baseado na diferença entre os valores máximo e mínimo da função objetivo mencionado na seção 3.5. Com o intuito de minimizar o esforço de controle, uma vez que em malha fechada as entradas u_1 e u_3 violaram os limites, além de rejeitar perturbações, um segundo controlador foi obtido considerando o problema (2.12) com o vetor de ponderação $\lambda = [0 \ 1 \ 5]^T$ e o vetor de restrições $\epsilon = [0,11 \ \infty \ \infty]^T$. O vetor com as variáveis de desempenho foi redefinido como $z(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ u_1(t) \ u_2(t) \ 100u_3(t)]^T$ em que o peso aplicado à entrada u_3 foi alterado de 10 para 100 como forma de impor a sua minimização perante as outras duas entradas. O controlador PI centralizado obtido considerando $T_\infty(s, K) = T_{cd}(s, K)$ e $T_2(s, K) = T_{ud}(s, K)$ foi:

$$K_1^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,034296(s+0,008931)}{s} & \frac{-0,13572(s+0,001919)}{s} \\ \frac{-0,05455(s+0,009498)}{s} & \frac{0,54641(s+0,01891)}{s} \\ \frac{0,30685(s+0,007678)}{s} & \frac{-0,028409(s+0,109)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

com $\|E(s, K_1^*)\|_\infty = 0,1098$, $\|T_\infty(s, K_1^*)\|_\infty = 2,4078$ e $\|T_2(s, K_1^*)\|_2 = 4,4614$.

Para ilustrar o que foi mencionado no final da seção 2.4, para fins de se encontrar um melhor compromisso entre os diversos critérios de desempenho, um segundo controlador PI centralizado foi calculado considerando ajustes manuais nos parâmetros do modelo de referência. Os valores ajustados podem ser vistos na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Parâmetros ajustados manualmente para o modelo de referência do processo Shell

Parâmetros $T_{m,1}$	Valor ajustado	Parâmetros $T_{m,2}$	Valor ajustado
ζ_1	0,8	ζ_2	0,7
$\omega_{n,1}$	0,05	$\omega_{n,2}$	0,06
$T_{z,1}$	9.8	$T_{z,2}$	13.7

Considerando um número de gerações $N_g = 8.000$, com o vetor de ponderação $\lambda = [0 \ 1 \ 5]^T$, o vetor de restrições $\epsilon = [0,13 \ \infty \ \infty]^T$ e o vetor de desempenho $z(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ u_1(t) \ u_2(t) \ 10u_3(t)]^T$ o seguinte controlador foi encontrado:

$$K_2^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,056511(s+0,0424)}{s} & \frac{-0,14182(s+0,001548)}{s} \\ \frac{-0,56598(s+0,008946)}{s} & \frac{0,60153(s+0,02264)}{s} \\ \frac{0,2989(s+0,009192)}{s} & \frac{-0,034235(s+0,1096)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

com $\|E(s, K_2^*)\|_\infty = 0,1294$, $\|T_\infty(s, K_2^*)\|_\infty = 2,4807$ e $\|T_2(s, K_2^*)\|_2 = 0,4765$.

Controlador PI esparso

Após a avaliação de diferentes configurações e considerando os atrasos no tempo das funções de transferência em malha aberta, selecionamos a configuração com cinco

blocos PI e a representamos em termos dos parâmetros de otimização como:

$$K(s) \triangleq \left[\begin{array}{ccccc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_5 & 0 \\ \hline \theta_6 & \theta_7 & 0 & 0 & 0 & \theta_6 & \theta_7 \\ 0 & 0 & \theta_8 & \theta_9 & 0 & \theta_8 & \theta_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{10} & \theta_{10} & 0 \end{array} \right]. \quad (4.8)$$

onde $\theta_i = -1/T_{i,1}$, $i = 1, \dots, 5$ e $\theta_{5+j} = k_{p,j}$, $j = 1, \dots, 5$.

Utilizando o modelo de referência com os dados contidos na tabela 4.1 e os mesmos ajustes realizados para se encontrar a matriz de transferência do controlador apresentado em (4.6), o controlador esparso obtido foi:

$$K_3^*(s) = \left[\begin{array}{cc} \frac{0,061734(s+0,09173)}{s} & \frac{-0,16176(s+0,02225)}{s} \\ \frac{-0,5173(s+0,0113)}{s} & \frac{0,50466(s+0,01871)}{s} \\ \frac{0,27836(s+0,002531)}{s} & 0 \end{array} \right], \quad (4.9)$$

com $\|E(s, K_3^*)\|_\infty = 0,11$, $\|T_\infty(s, K_3^*)\|_\infty = 2,4156$ e $\|T_2(s, K_3^*)\|_2 = 5,7464$.

Valendo-se da mesma abordagem mencionada ao final da síntese do controlador PI centralizado, ou seja, utilizando os mesmos ajustes do modelo de referência indicados na tabela 4.2, para um número de gerações $N_g = 8.000$, com o vetor de ponderação $\lambda = [0 \ 1 \ 5]^T$, o vetor de restrições $\epsilon = [0,13 \ \infty \ \infty]^T$ e o vetor de desempenho $z(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ u_1(t) \ u_2(t) \ 100u_3(t)]^T$, considerando diferentes configurações e optando pela

configuração da equação (4.8), o controlador esparso obtido foi:

$$K_4^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,085796(s+0,07552)}{s} & \frac{-0,16109(s+0,03979)}{s} \\ \frac{-0,50463(s+0,01201)}{s} & \frac{0,53729(s+0,02859)}{s} \\ \frac{0,25608(s+0,0007191)}{s} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

com $\|E(s, K_4^*)\|_\infty = 0,13$, $\|T_\infty(s, K_4^*)\|_\infty = 2,5032$ e $\|T_2(s, K_4^*)\|_2 = 5,1586$.

4.1.3 Resultados

Os controladores - centralizado e esparso - obtidos na seção de síntese 4.1.2 foram comparados ao controlador PI centralizado

$$K_5(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,1891(s+0,008366)}{s} & \frac{-0,1969(s+0,000641)}{s} \\ \frac{-0,5949(s+0,0113)}{s} & \frac{0,706(s+0,01558)}{s} \\ \frac{0,2123(s+0,02042)}{s} & \frac{-0,06409(s+0,05032)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

para $k_{\alpha,1} = 0,02$ e $k_{\alpha,2} = 0,04$, utilizando a metodologia proposta em Shen et al. (2014).

O controlador $K_5(s)$ mostrado na equação (4.11) apresenta melhor desempenho que o controlador em Shen et al. (2014) devido aos diferentes valores escolhidos de $k_{\alpha,1}$ e $k_{\alpha,2}$, além dos valores diferentes dos atrasos de tempo do processo que consideramos, correspondendo ao modelo original (Vlachos et al.; 2002).

Os sistemas foram simulados em malha fechada, para cada um dos cinco controladores, com o objetivo de avaliar o desempenho para mudanças nos sinais de referência e perturbação. Seja $\mathbf{1}(t - \tau)$ o degrau unitário no tempo τ , que é nulo para $t < \tau$ e igual a 1 para $t \geq \tau$. A primeira simulação considera os sinais de referência como $r_1(t) = 0,5 \times \mathbf{1}(t)$ e $r_2(t) = 0,5 \times \mathbf{1}(t - 1200)$. As figuras 4.2 e 4.3 nos mostram as respostas transitórias considerando o controlador PI centralizado $K_0^*(s)$, calculado juntamente com o modelo de referência.

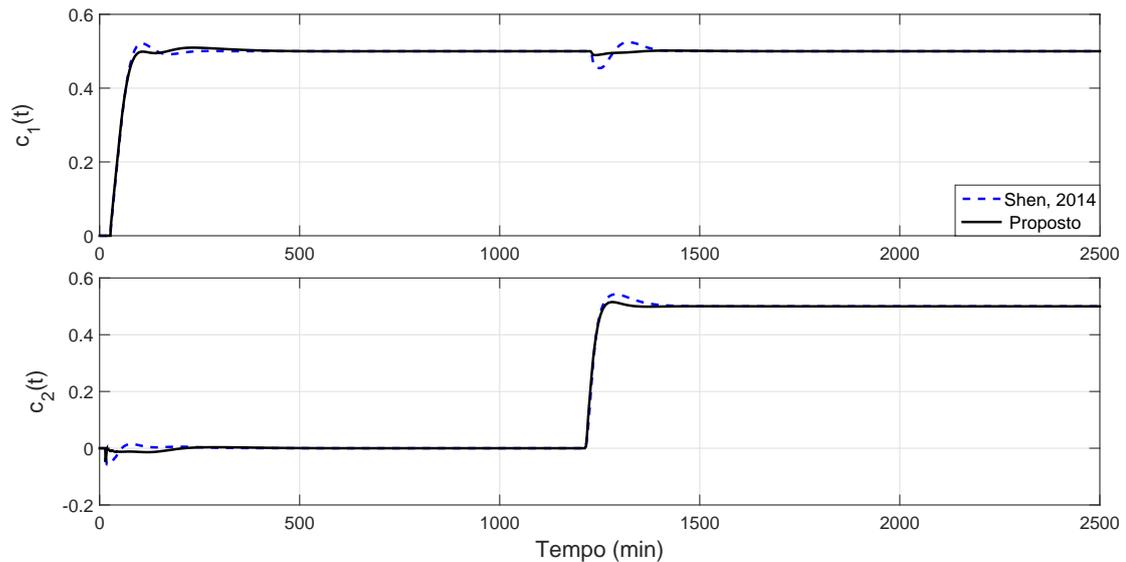


Figura 4.2: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_0^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

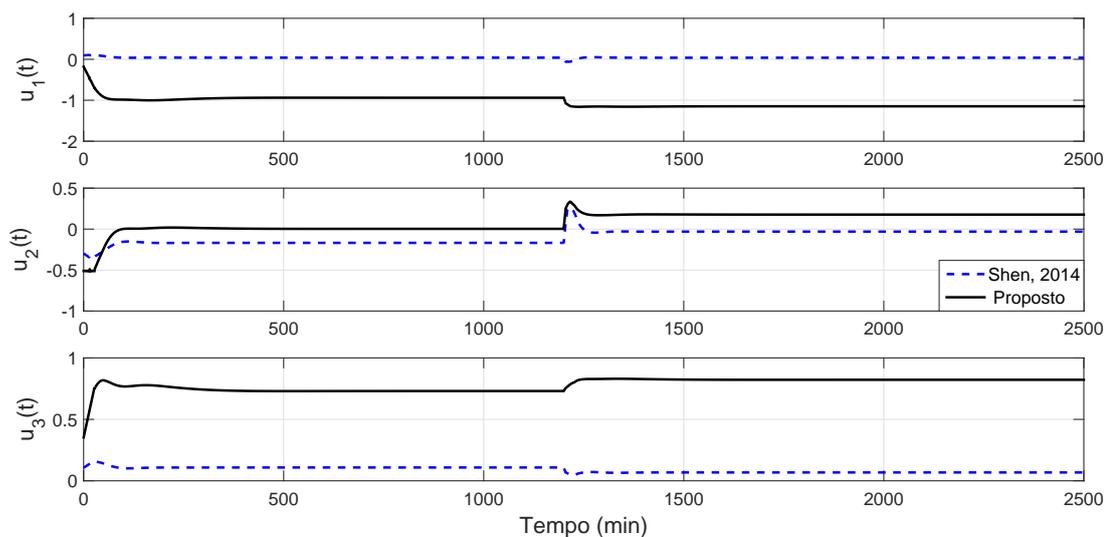


Figura 4.3: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_0^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

Como o sinal de referência nesta simulação foi igualado ao limite máximo da variável, é aceitável a violação da restrição $c_1(t) \leq 0,5$ por um curto período de tempo. O controlador proposto apresenta um tempo de subida levemente menor que em [Shen et al. \(2014\)](#) em ambas as saídas. A saída $c_1(t)$ com o controlador proposto possui um maior tempo de acomodação em relação a $K_5(s)$. A resposta de rastreamento é

similar em ambos os controladores. O sistema com controlador $K_0^*(s)$ possui um menor acoplamento entre as malhas de controle assim como um menor sobressinal em ambas as saídas controladas. Quanto às variáveis manipuladas indicadas na figura 4.3 vê-se claramente que as entradas u_1 e u_3 violam os limites de $\pm 0,5$, o que não é aceitável para este problema.

O resultado do cálculo de $K_1^*(s)$ indicado na equação (4.6) previa a resolução do problema da saturação das variáveis manipuladas, que foi alcançado como pode ser visto na figura 4.5.

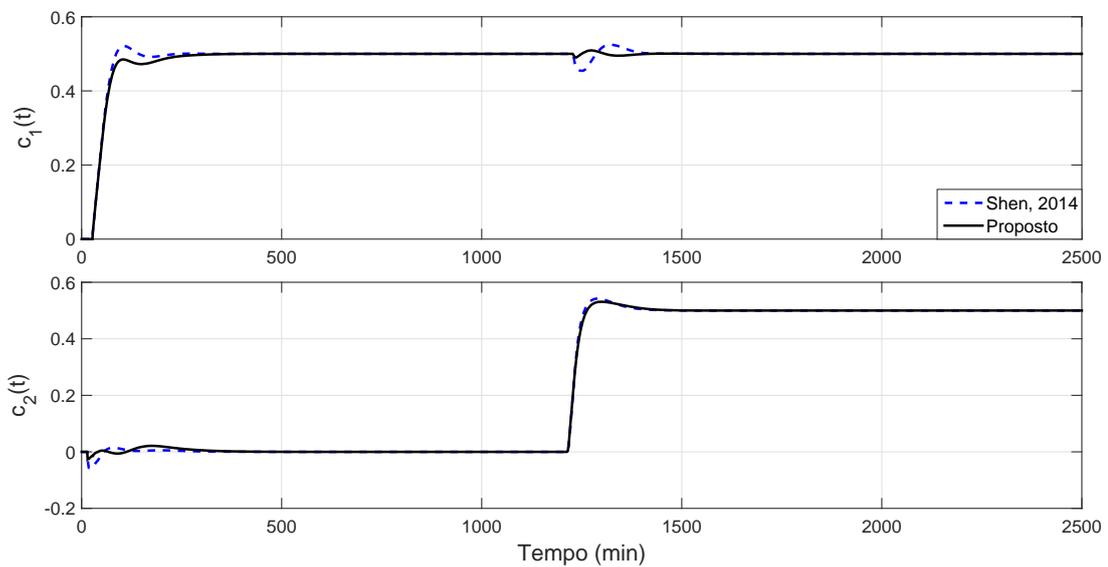


Figura 4.4: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

A figura 4.4 mostra que não há sobressinal na saída $c_1(t)$ para o controlador $K_1^*(s)$, ao passo que na saída $c_2(t)$ há um sobressinal menor que $K_5(s)$. Verifica-se em ambas as saídas um menor tempo de subida para o controlador $K_5(s)$, porém o acoplamento entre as malhas de controle apresentam oscilações com picos menores para o controlador proposto. Pode ser percebido na figura 4.5 que a variável manipulada $u_3(t)$ com o controlador $K_1^*(s)$ trabalha em um ponto de operação menor que em Shen et al. (2014), sendo a sua minimização um dos objetivos do problema.

O controlador $K_2^*(s)$ é baseado no modelo de referência da tabela 4.2, cujos pa-

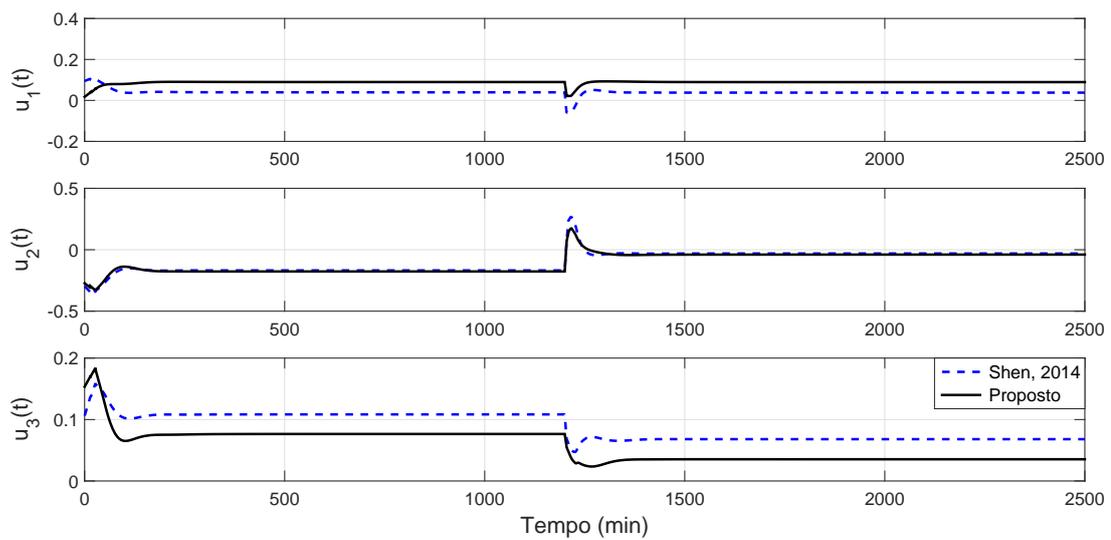


Figura 4.5: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

râmetros foram alterados manualmente. As figuras 4.6 e 4.7 ilustram os resultados.

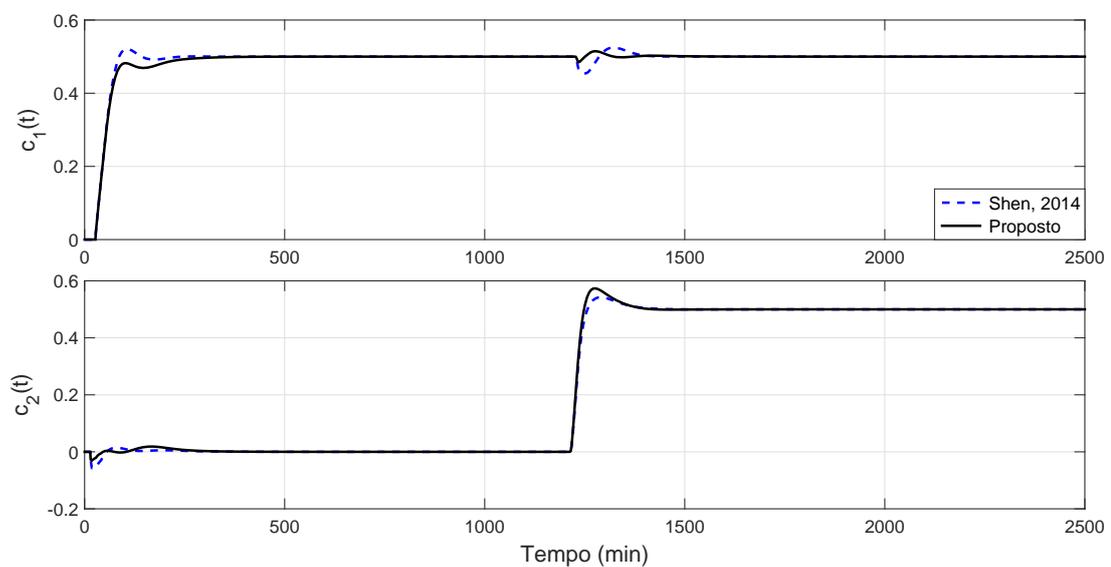


Figura 4.6: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

Como pode ser visto na figura 4.6, considerando o controlador $K_2^*(s)$ proposto, a saída $c_1(t)$ não apresentou sobressinal e possui um maior tempo de subida, ao passo que $c_2(t)$ indica um sobressinal maior que $K_5(s)$ com um menor tempo de subida. Quanto

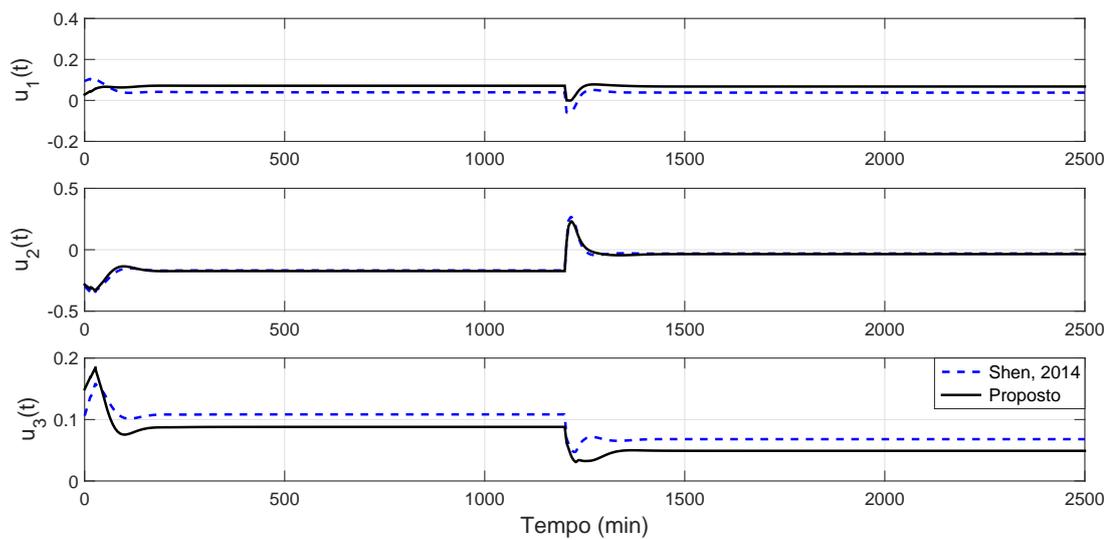


Figura 4.7: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

às variáveis manipuladas, os resultados são similares aos encontrados com o controlador $K_1^*(s)$, em que $u_3(t)$ opera num valor menor que em Shen et al. (2014).

As figuras 4.8 e 4.9 ilustram os resultados obtidos com o controlador PI esparsos $K_3^*(s)$ calculado a partir do modelo de referência cujos parâmetros são indicados na tabela 4.1.

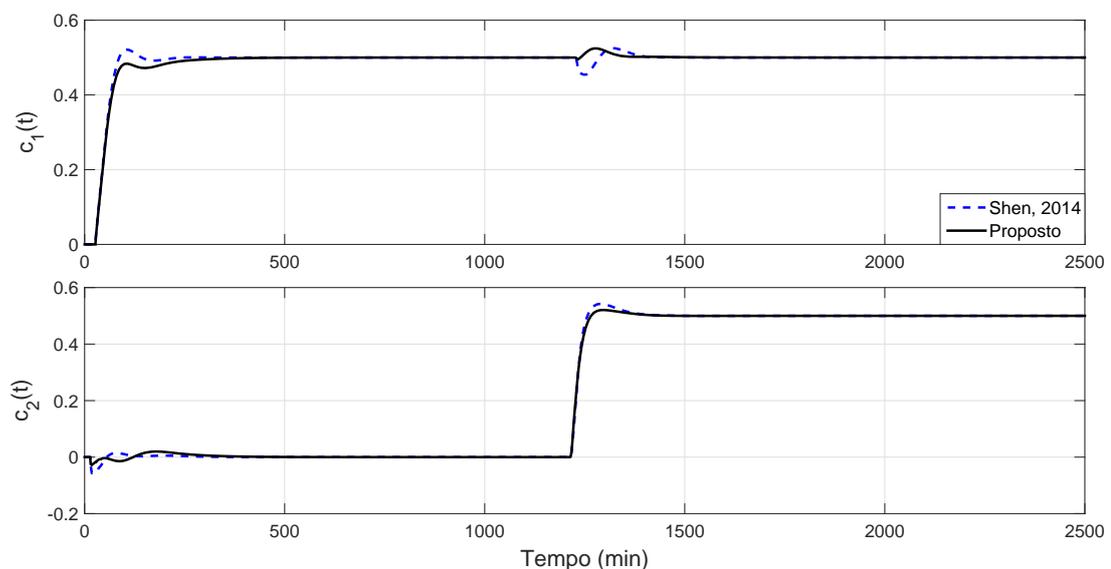


Figura 4.8: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

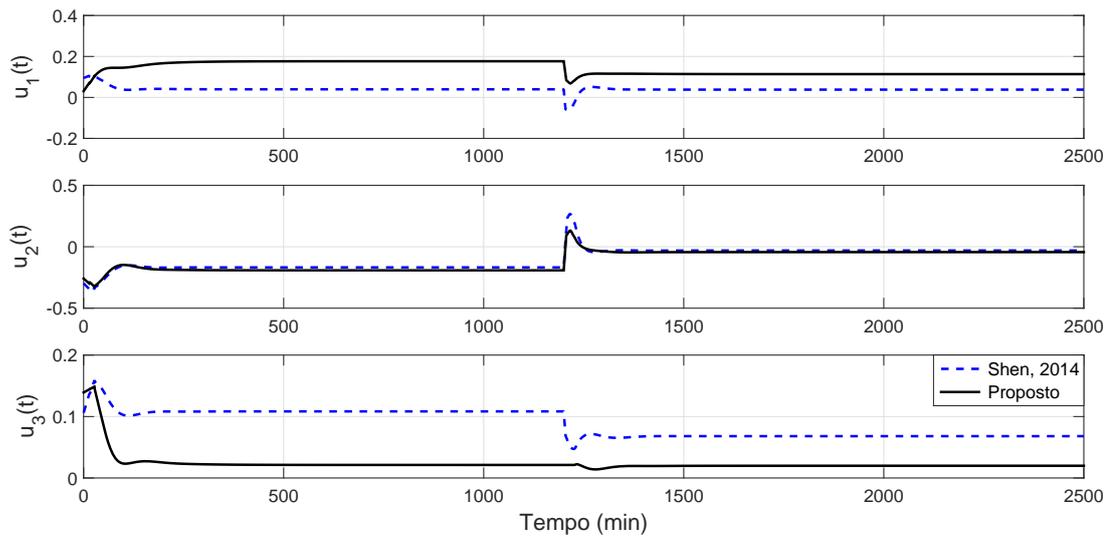


Figura 4.9: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

É possível notar na figura 4.8 que a saída $c_1(t)$ do controlador proposto não apresenta sobressinal enquanto que a saída $c_2(t)$ nos mostra um sobressinal menor e tempo de subida maior que $K_5(s)$. Não há saturação nas variáveis manipuladas como pode ser visto na figura 4.9 e u_3 está trabalhando em um ponto de operação menor que todos os outros controladores apresentados até o momento.

Para o controlador esparsa $K_4^*(s)$ obtido a partir do modelo de referência cujos parâmetros estão indicados na tabela 4.2, as figuras 4.10 e 4.11 apresentam as respostas transitórias. Novamente, na figura 4.10 verifica-se que a saída $c_1(t)$ do controlador proposto não apresenta sobressinal enquanto que a saída $c_2(t)$ nos mostra um sobressinal maior e um menor tempo de subida quando comparados com $K_5(s)$. Observa-se que não há saturação nas variáveis manipuladas como pode ser visto na figura 4.11 e que $K_4^*(s)$ é o controlador que fez com $u_3(t)$ opere no menor valor dentre todos os quatro ($K_0^*(s)$ não é considerado) controladores propostos.

Para finalizar esta primeira simulação, os valores obtidos da integral do erro ao quadrado são indicados na tabela 4.3, comparando as respostas obtidas pelos quatro controladores propostos e o controlador utilizando a metodologia em Shen et al. (2014).

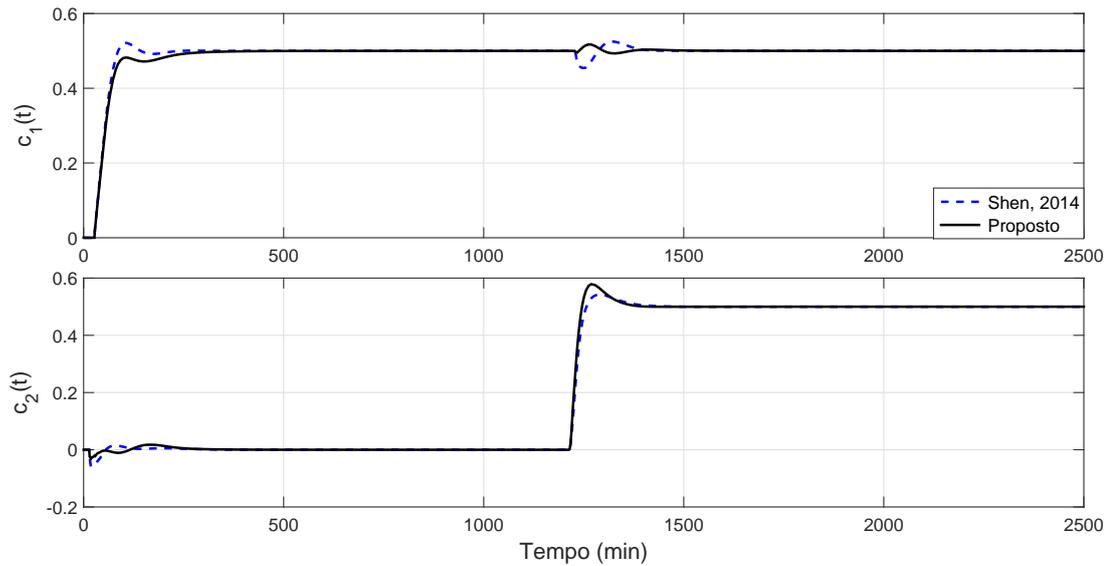


Figura 4.10: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

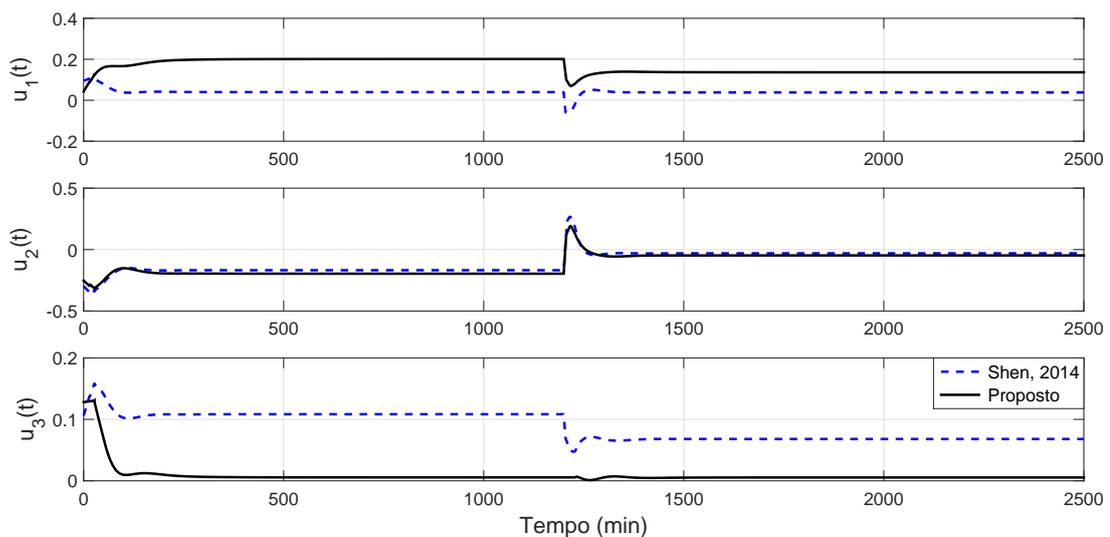


Figura 4.11: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

Foram utilizadas as equações (4.1) e (4.2). O menor valor de ISE_1 é obtido com o controlador $K_5(s)$ enquanto que o controlador esparsa $K_4^*(s)$ é o que apresenta os menores valores de ISE_2 e ISE_t . Observa-se que todos os valores são ligeiramente parecidos, com uma leve vantagem para $K_4^*(s)$ considerando o valor de ISE_t .

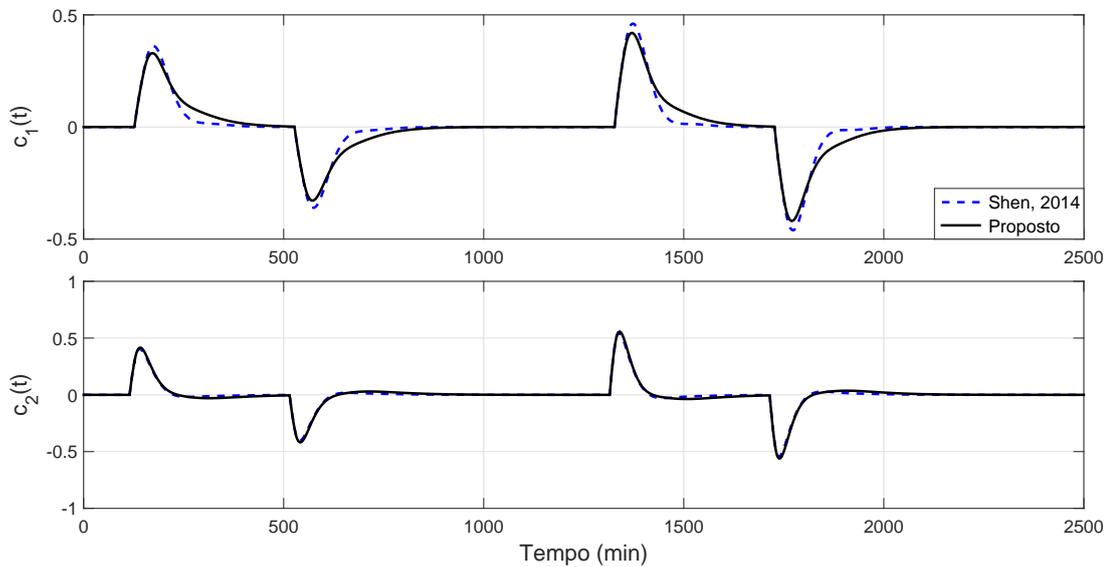
A segunda simulação considera os sinais de perturbação como $d_1(t) = 0,5 \times \mathbf{1}(t -$

Tabela 4.3: Shell - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de referência em degrau

Índices	$K_5(s)$ - Shen, 2014	$K_1^*(s)$	$K_2^*(s)$	$K_3^*(s)$	$K_4^*(s)$
ISE_1	10,5411	10,6263	10,6149	10,7140	10,7521
ISE_2	6,7406	6,6783	6,6429	6,5506	6,3614
ISE_t	17,2817	17,3046	17,2579	17,2646	17,1135

$100) - 0,5 \times \mathbf{1}(t - 500)$ e $d_2 = 0,5 \times \mathbf{1}(t - 1300) - 0,5 \times \mathbf{1}(t - 1700)$. Os controladores comparados a $K_5(s)$ são os controladores $K_1^*(s)$, $K_2^*(s)$, $K_3^*(s)$ e $K_4^*(s)$. O controlador $K_0^*(s)$ foi obtido juntamente com os parâmetros do modelo de referência, porém como já mencionado e mostrado na figura 4.3, houve violação dos limites máximos nas variáveis manipuladas e portanto este controlador foi descartado.

As figuras de 4.12 à 4.19 nos apresentam os resultados obtidos como as respostas das saídas controladas e variáveis manipuladas aos pulsos retangulares de perturbação $d_1(t)$ e $d_2(t)$ valendo-se dos controladores $K_1^*(s)$, $K_2^*(s)$, $K_3^*(s)$ e $K_4^*(s)$, respectivamente.

Figura 4.12: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de perturbação.

O desempenho novamente é comparado por meio do índice que corresponde à integral do erro ao quadrado cujos valores estão indicados na tabela 4.4. O controlador com a

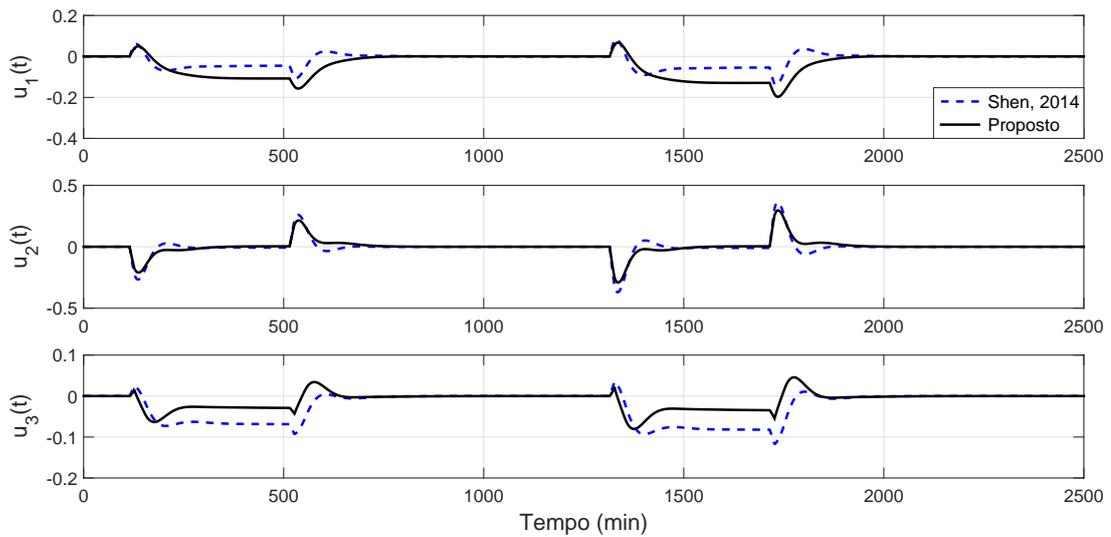


Figura 4.13: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de perturbação.

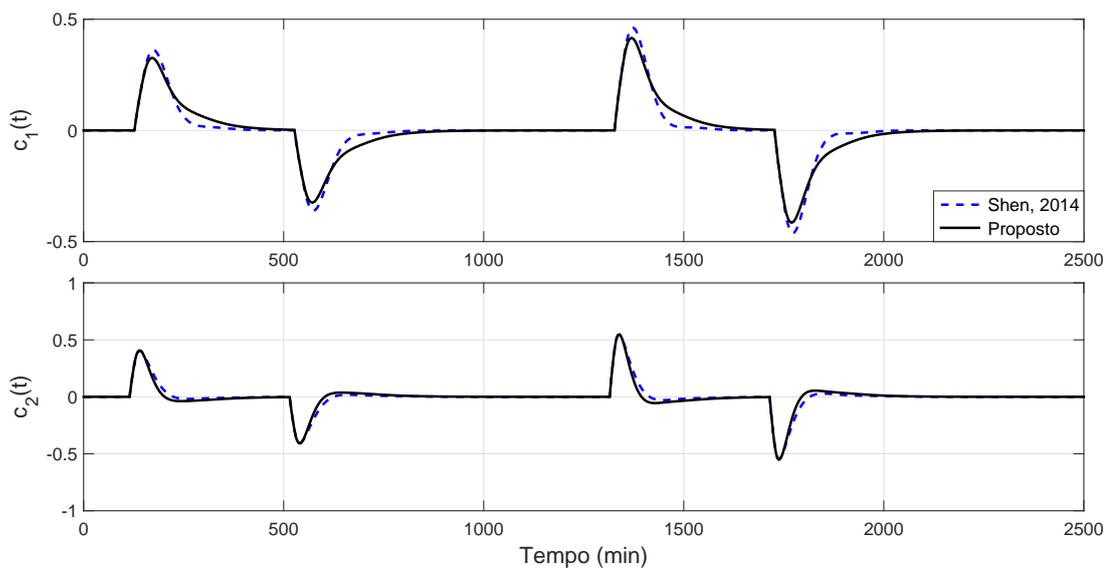


Figura 4.14: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de perturbação.

metodologia em Shen et al. (2014) é comparado com os controladores $K_1^*(s)$, $K_2^*(s)$, $K_3^*(s)$ e $K_4^*(s)$.

Nota-se que os controladores PI centralizados $K_1^*(s)$ e $K_2^*(s)$ possuem resultados similares em relação a resposta transitória, porém $K_2^*(s)$ indica o valor de ISE_t significativamente menor que $K_5(s)$ e $K_1^*(s)$. Com $K_1^*(s)$, $u_3(t)$ opera em um valor menor em

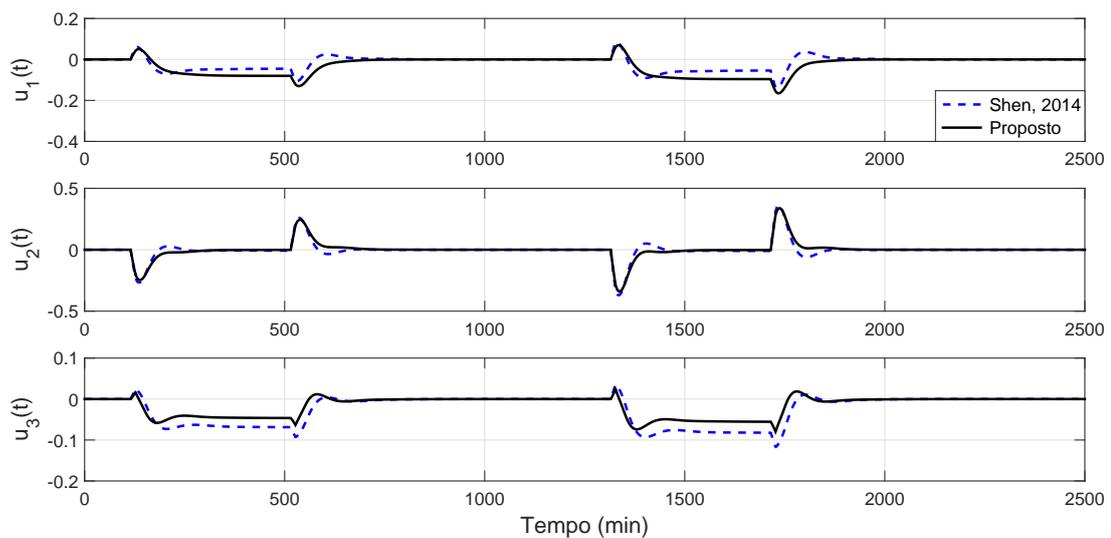


Figura 4.15: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de perturbação.

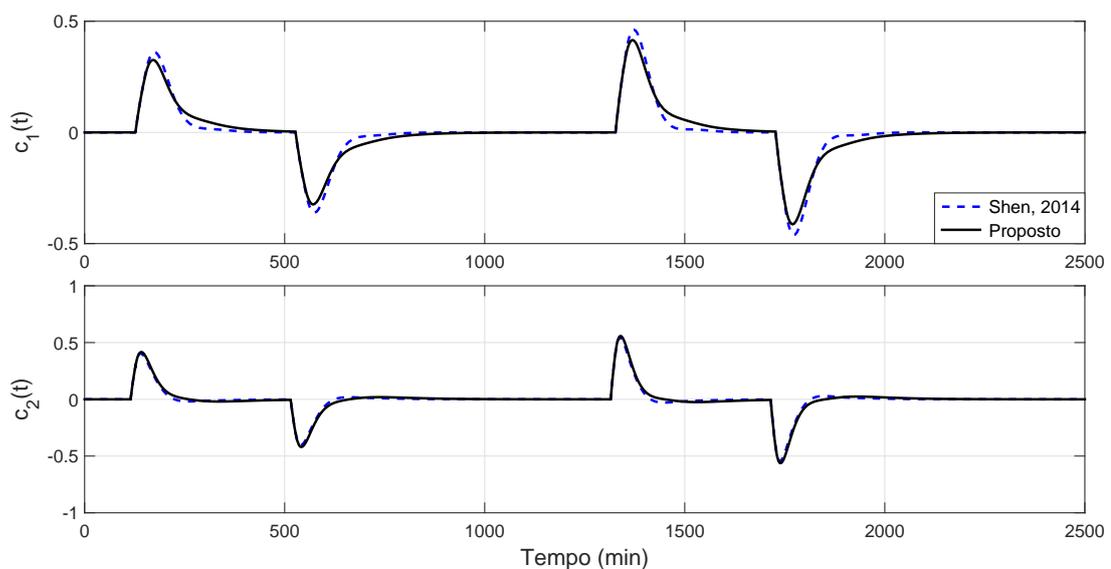


Figura 4.16: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de perturbação.

comparação aos demais controladores PI centralizados $K_5(s)$ e $K_2^*(s)$. Em nenhum caso dos testes houve saturação de qualquer uma das três variáveis manipuladas. Os controladores PI esparsos $K_3^*(s)$ e $K_4^*(s)$ também apresentam respostas transitórias similares entre eles, no entanto $K_4^*(s)$ possui o menor valor de ISE_t dentre todos os controladores testados.

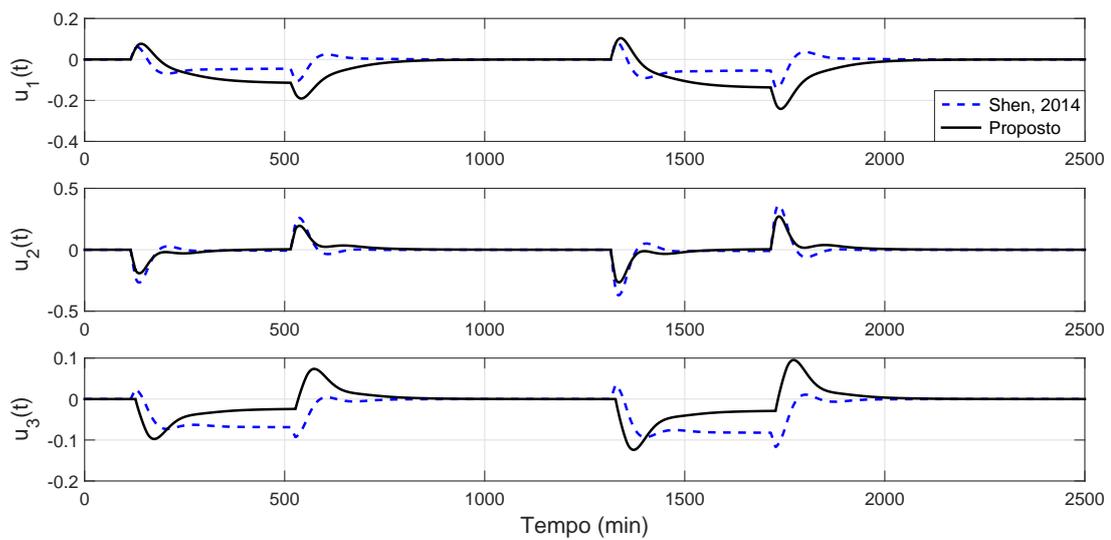


Figura 4.17: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de perturbação.

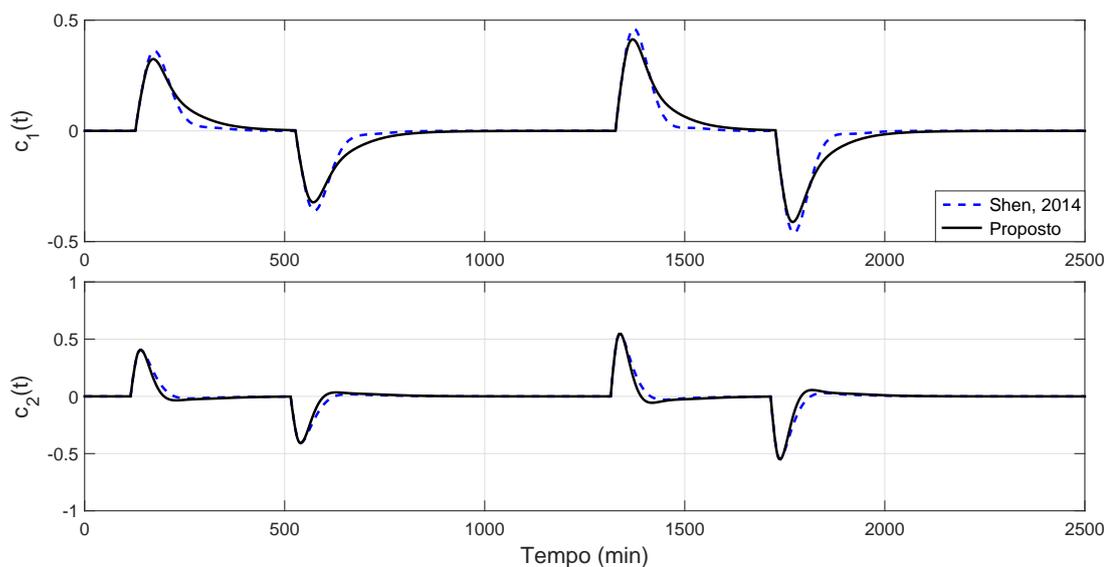


Figura 4.18: Shell - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de perturbação.

4.1.4 Conclusões

O controlador $K_1^*(s)$, projetado para minimizar principalmente $u_3(t)$ além das demais variáveis manipuladas, como forma de atenderem os requisitos do projeto apresentados na seção 4.1.1 já que $K_0^*(s)$ não atendia, apresentou resultados dentro das especificações e $u_3(t)$ opera em valores menores que o controlador $K_5(s)$ utilizado como

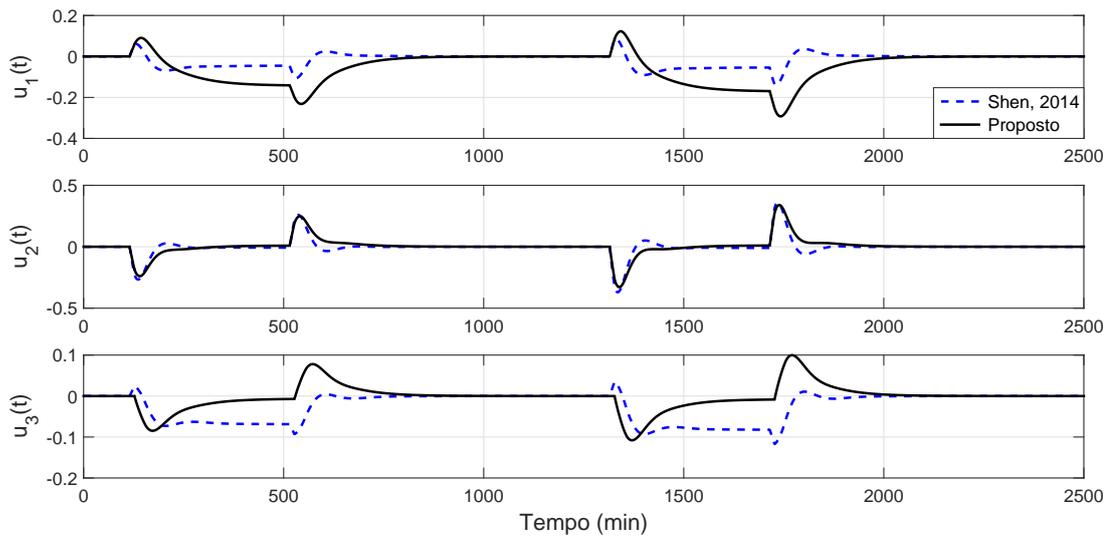


Figura 4.19: Shell - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de perturbação.

Tabela 4.4: Shell - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de perturbação

Índices	$K_5(s)$ - Shen, 2014	$K_1^*(s)$	$K_2^*(s)$	$K_3^*(s)$	$K_4^*(s)$
ISE_1	38,1008	36,1062	34,8253	33,0659	35,5393
ISE_2	33,1930	36,1069	30,9664	36,8160	30,2093
ISE_t	71,2937	72,2131	65,7918	69,8819	65,7486

referência para comparação. Porém, $K_1^*(s)$ apresentou os maiores valores de ISE_t para as duas simulações. Todos os controladores projetados atenderam os requisitos das restrições sobre as variáveis de saída e manipuladas.

Os controladores $K_1^*(s)$ e $K_3^*(s)$ que foram projetados com o modelo de referência obtido por otimização não-convexa apresentaram bons resultados, porém os ajustes manuais posteriormente executados mostraram-se importantes e fizeram com que o desempenho melhorasse para os controladores $K_2^*(s)$ e $K_4^*(s)$ em ambas as simulações, como podem ser vistas nas tabelas 4.3 e 4.4.

A avaliação de diferentes configurações dos controladores PI esparsos incluíram testes com menos elementos que os apresentados neste trabalho, chegando até a três blocos PI. Porém, não foram obtidos controladores com desempenhos próximos aos aqui trans-

critos. Importante observar que quando se compara as estruturas dos controladores propostos, PI centralizado ou PI esparso, este segundo apresenta um melhor desempenho e o controlador $K_4^*(s)$, que apresenta os índices totais menores que os demais nas duas simulações, dispõe de uma estrutura mais simples que os controladores PI centralizados calculados ou um controlador PI com desacoplador, o que facilitaria sua implementação.

4.2 Problema de Controle de Destilação de Petróleo Bruto

4.2.1 Formulação do Problema

Considere a unidade de destilação de petróleo bruto apresentada na figura 4.20, na forma de um diagrama de fluxo simplificado, que descreve o controle de qualidade dos produtos retirados desta etapa na refinaria de Sakai (Muske et al.; 1991). Ela realiza a destilação inicial do óleo bruto em suas frações de refino baseado nas diferenças dos pontos de ebulição dos diversos constituintes do petróleo. A unidade de destilação de petróleo bruto na refinaria de Sakai, da companhia Cosmo Oil (Muske et al.; 1991), processa uma ampla faixa de matérias-primas. O óleo cru é bombeado em tanques de armazenamento e, após a dessalinização, é pré-aquecido. O óleo bruto é parcialmente vaporizado em dois aquecedores paralelos a gás combustível. O vapor e o líquido dos aquecedores entram na zona de *flash* na parte inferior da coluna.

Esta unidade é operada para separar o óleo bruto em seis frações: gás combustível, nafta, querosene (QUERO), gasóleo leve (LGO, do inglês *light gas oil*), gasóleo pesado (HGO, do inglês *heavy gas oil*) e óleo residual (RESID). O gás combustível e a nafta deixam a parte superior da coluna como correntes de vapor e líquido, respectivamente. Os componentes QUERO, LGO e HGO são removidos como frações intermediárias laterais. O óleo residual deixa a coluna como um produto da parte inferior. As frações

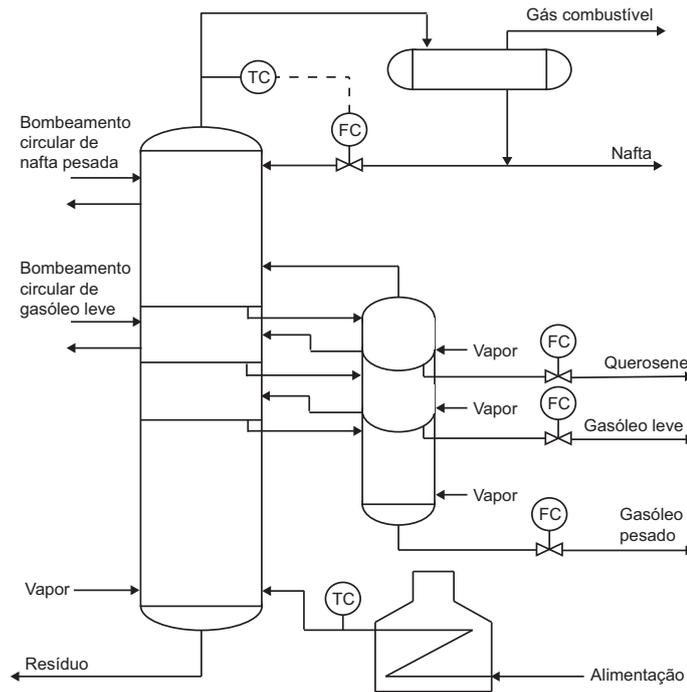


Figura 4.20: Unidade de Destilação de Petróleo Bruto.

QUERO, LGO e HGO são filtradas em retificadores laterais (*strippers*) com a injeção de vapor d'água para remover componentes leves. O óleo residual é filtrado pelo vapor d'água que é injetado diretamente no fundo da coluna. A torre de petróleo bruto é equipada com três sistemas de remoção de calor: o sistema de condensação do topo, bombeamento circular de nafta pesada e o bombeamento circular de LGO. Os sistemas de bombeamento circulares são projetados para nivelar o tráfego de líquido e vapor na coluna e maximizar a recuperação de calor. A temperatura do topo da torre é regulada por manipulação externa da corrente de refluxo. As cinco variáveis manipuladas são: temperatura do topo, $u_1(t)$, vazão de querosene, $u_2(t)$, vazão de LGO, $u_3(t)$, vazão de HGO, $u_4(t)$, e temperatura de saída do aquecedor, $u_5(t)$. As duas últimas variáveis manipuladas são mantidas em valores ideais de repouso. As três primeiras variáveis controladas são as temperaturas de corte: nafta/QUERO, $c_1(t)$, QUERO/LGO, $c_2(t)$, e LGO/HGO, $c_3(t)$. A quarta variável de controle é o *overflow*, vazão de vapor d'água ou vazão de retificação, que pode variar dentro de uma zona especificada pelo usuário. Os modelo do processo utilizado neste exemplo é o apresentado na tabela 4 do trabalho

de Muske et al. (1991), para fins de comparação com o trabalho de Shen et al. (2014).

Este modelo é um processo 4 x 5 representado pela matriz de funções de transferência:

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{3,8(16s+1)}{140s^2+14s+1} & \frac{2,9e^{-6s}}{10s+1} & 0 & 0 & \frac{-0,73(-16s+1)e^{-4s}}{150s^2+20s+1} \\ \frac{3,9(4,5s+1)}{96s^2+17s+1} & \frac{6,3}{20s+1} & 0 & 0 & \frac{16se^{-2s}}{(5s+1)(14s+1)} \\ \frac{3,8(0,8s+1)}{23s^2+13s+1} & \frac{6,1(12s+1)e^{-s}}{37s^2+34s+1} & \frac{3,4e^{-2s}}{6,9s+1} & 0 & \frac{22se^{-2s}}{(5s+1)(10s+1)} \\ \frac{-1,62(5,3s+1)e^{-s}}{13s^2+13s+1} & \frac{-1,5(3,1s+1)}{5,1s^2+7,1s+1} & \frac{-1,3(7,6s+1)}{4,7s^2+7,1s+1} & \frac{-0,6e^{-s}}{2s+1} & \frac{0,32(-9,1s+1)e^{-s}}{12s^2+15s+1} \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

As constantes e atrasos de tempo estão em minutos. Os atrasos de tempo foram aproximados por Padé de terceira ordem conforme a expressão (2.2) e a realização mínima deste sistema em espaço de estados possui ordem 53. As entradas exógenas são definidas como $w(t) = [r_1(t) \ r_2(t) \ r_3(t) \ r_4(t)]^T$. As variáveis de desempenho são definidas como $z(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ c_3(t) \ c_4(t)]^T$. O vetor de sinais de medição é definido como os erros de rastreamento: $y(t) = [r_1(t) - c_1(t) \ r_2(t) - c_2(t) \ r_3(t) - c_3(t) \ r_4(t) - c_4(t)]^T$.

4.2.2 Síntese do Controlador

O modelo de referência considerado é uma matriz diagonal

$$T_m(s) = \begin{bmatrix} T_{m,1}(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{m,2}(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{m,3}(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{m,4}(s) \end{bmatrix}.$$

As funções de transferência do modelo de referência estão conforme a equação (2.14) e foi considerada uma realização no espaço de estados da matriz de referência com aproximação de Padé de terceira ordem dos atrasos de tempo. Assim como no exemplo anterior, também foram consideradas duas estruturas de controladores: PI centralizado

e PI esparso. Cabe informar que os parâmetros apresentados para o modelo de referência, neste caso, são os que apontaram os melhores resultados ajustados manualmente. A seguir são apresentadas as sínteses destas estruturas.

Controlador PI centralizado

A representação do controlador PI centralizado em termos dos parâmetros de otimização é:

$$K(s) \triangleq \left[\begin{array}{cccccccccccccccc|cccccc} 0 & \dots & 0 & \theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \theta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_4 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \theta_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \theta_{18} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \theta_{19} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{20} & 0 \\ \hline \theta_{21} & \dots & \theta_{24} & 0 & \dots & 0 & \theta_{21} & \theta_{22} & \theta_{23} & \theta_{24} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta_{25} & \dots & \theta_{28} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \theta_{25} & \theta_{26} & \theta_{27} & \theta_{28} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \theta_{29} & \dots & \theta_{32} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \theta_{29} & \theta_{30} & \theta_{31} & \theta_{32} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \theta_{33} & \dots & \theta_{36} & 0 & \dots & 0 & \theta_{33} & \theta_{34} & \theta_{35} & \theta_{36} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta_{37} & \dots & \theta_{40} & \theta_{37} & \theta_{38} & \theta_{39} & \theta_{40} & 0 \end{array} \right], \quad (4.13)$$

onde $\theta_j = -1/T_{i,j}$ e $\theta_{20+j} = k_{p,j}$, $j = 1, \dots, 20$.

Os parâmetros ajustados estão conforme a tabela 4.5. Os atrasos de tempo considerados são: $\tau_{d1} = 0$, $\tau_{d2} = 0$, $\tau_{d3} = 2$ e $\tau_{d4} = 1$.

Tabela 4.5: Destilação - Parâmetros obtidos para o modelo de referência com ajustes manuais considerando o controlador PI centralizado

$T_{m,1}$	Valor ajustado	$T_{m,2}$	Valor ajustado	$T_{m,3}$	Valor ajustado	$T_{m,4}$	Valor ajustado
ζ_1	0,5	ζ_2	0,5	ζ_3	0,8	ζ_4	1,7
$\omega_{n,1}$	0,42	$\omega_{n,2}$	0,12	$\omega_{n,3}$	0,18	$\omega_{n,4}$	0,10
$T_{z,1}$	1,5	$T_{z,2}$	5	$T_{z,3}$	5	$T_{z,4}$	30

Inicialmente, a síntese do controlador PI centralizado considerou como requisitos de desempenho a resposta de rastreamento e o desacoplamento entre as malhas de controle. Considerando $N_g = 3.000$, o vetor de ponderação $\lambda = [1 \ 0 \ 0]^T$ e o vetor de restrições

$\epsilon = [\infty \infty \infty]^T$, o controlador PI centralizado obtido foi:

$$K_1^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,893(s+0,199)}{s} & \frac{0,152(s+0,070)}{s} & \frac{0,0547(s+0,281)}{s} & \frac{0,0263(s+0,303)}{s} \\ \frac{-0,129(s+0,717)}{s} & \frac{0,138(s+0,330)}{s} & \frac{0,060(s+0,058)}{s} & \frac{-0,0404(s+0,229)}{s} \\ \frac{0,087(s+0,074)}{s} & \frac{-0,275(s+0,084)}{s} & \frac{0,132(s+0,418)}{s} & \frac{-0,0923(s+0,061)}{s} \\ \frac{-1,383(s+0,026)}{s} & \frac{-0,184(s+0,534)}{s} & \frac{-0,476(s+0,076)}{s} & \frac{-0,978(s+0,453)}{s} \\ \frac{-0,058(s+1,036)}{s} & \frac{-0,051(s+0,148)}{s} & \frac{0,134(s+0,051)}{s} & \frac{0,054(s+0,270)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

com $\|E(s, K_1^*)\|_\infty = 0,4728$.

Um segundo controlador foi projetado na tentativa de minimizar a quinta variável manipulada que deve ser mantida em valores ideais de repouso, visto que o controlador $K_1^*(s)$ impôs um maior esforço de controle quando comparado a [Shen et al. \(2014\)](#). Desse modo, fez-se $T_\infty(s, K) = T_{u_5 r}(s, K)$, relacionando a variável manipulada $u_5(t)$ com vetor de sinais de referências, $r(t)$. Utilizando-se do mesmo modelo de referência da tabela 4.5, fazendo $\lambda = [0 \ 1 \ 0]^T$ e $\epsilon = [0,67 \ \infty \ \infty]^T$, para um número de gerações $N_g = 4.000$, obteve-se o seguinte controlador PI centralizado:

$$K_2^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,780(s+0,144)}{s} & \frac{0,032(s+0,157)}{s} & \frac{0,152(s+0,059)}{s} & \frac{-0,085(s+0,114)}{s} \\ \frac{-0,171(s+0,290)}{s} & \frac{0,175(s+0,286)}{s} & \frac{0,059(s+0,132)}{s} & \frac{-0,0248(s+0,286)}{s} \\ \frac{-0,139(s+0,23)}{s} & \frac{-0,276(s+0,053)}{s} & \frac{0,145(s+0,184)}{s} & \frac{-0,313(s+0,043)}{s} \\ \frac{-0,652(s+0,070)}{s} & \frac{-0,114(s+0,158)}{s} & \frac{-0,627(s+0,052)}{s} & \frac{-1,261(s+0,465)}{s} \\ \frac{0,020(s+0,043)}{s} & \frac{-0,025(s+0,059)}{s} & \frac{0,0116(s+0,106)}{s} & \frac{-0,007(s+0,152)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

com $\|E(s, K_2^*)\|_\infty = 0,6460$ e $\|T_\infty(s, K_2^*)\|_\infty = 0,0809$. Na seção 4.2.3 as diferenças entre os controladores estão ilustradas.

Controlador PI esperso

Para o caso do sistema 4 x 5, o número de possíveis configurações de controle PI espersos é elevado. Para reduzir o número de possibilidades a serem avaliadas, foi adotado utilizar o método de emparelhamento RGA para obter um indicativo das melhores configurações. Foi realizado o cálculo do RGA para as diversas possibilidades de sistemas quadrados como um problema combinatório que aumenta com o número de variáveis. Este número de possibilidades é $p!/q!(p-q)!$ para um processo $q \times p$, o que resulta em 5 sistemas quadrados possíveis para o sistema 4 x 5. A tabela 4.6 resume os emparelhamentos. Como exemplo, caso consideremos a entrada ou variável manipulada u_3 em

Tabela 4.6: Destilação - Melhores emparelhamentos para os sistemas quadrados

	Entrada em manual				
	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
Saída	Entrada pareada				
$c_1 \Rightarrow$	u_5	u_5	u_5	u_1	u_1
$c_2 \Rightarrow$	u_2	u_1	u_2	u_2	u_2
$c_3 \Rightarrow$	u_3	u_3	u_1	u_3	u_3
$c_4 \Rightarrow$	u_4	u_4	u_4	u_5	u_4

manual o emparelhamento indicado é: $c_1 \Rightarrow u_5$, $c_2 \Rightarrow u_2$, $c_3 \Rightarrow u_1$, e $c_4 \Rightarrow u_4$. A tabela nos mostra que para cada saída controlada, $c_i(t)$, $i = 1, \dots, 4$, há duas possibilidades de variáveis manipuladas: $c_1 \Rightarrow (u_1, u_5)$, $c_2 \Rightarrow (u_1, u_2)$, $c_3 \Rightarrow (u_1, u_3)$ e $c_4 \Rightarrow (u_4, u_5)$. Este emparelhamento indica um controlador esperso com 8 blocos de controladores PI. Nos experimentos realizados, foi verificado que um controlador esperso mais simples, com 6 blocos PI, obteve melhor desempenho que o controlador esperso com 8 blocos PI. A estratégia para obtenção do configuração com 6 blocos PI é descrita a seguir.

Conforme mencionado na seção 1, em [Chang and Yu \(1990\)](#) o conceito de RGA é estendido a sistemas não-quadrados por meio do NRG, cujo cálculo é:

$$\begin{aligned}
 NRG(P) &= \Lambda(P) \triangleq P(0) \otimes (P(0)^\dagger)^T, \\
 P(0)^\dagger &= (P(0)^T(P(0)P(0)^T)^{-1}),
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

onde \otimes denota o operador multiplicação elemento por elemento, $P(0)$ é a matriz de ganhos em estado estacionário, $P(0)^T$ denota a matriz transposta de $P(0)$ e $P(0)^\dagger$ é a pseudoinversa de $P(0)$. Para este processo, a NRG obtida foi:

$$\Lambda(P) = \begin{bmatrix} \mathbf{1,6833} & -0,7953 & 0 & 0 & \underline{0,1119} \\ -0,7848 & \mathbf{1,7848} & 0 & 0 & 0 \\ 0,0887 & -0,0881 & \mathbf{0,9994} & 0 & 0 \\ -0,0979 & 0,0561 & 0,0006 & \mathbf{0,9881} & \underline{0,0531} \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

em que pode ser visto um emparelhamento similar ao que está exposto na tabela 4.6 com o acréscimo dos itens sublinhados. Cabe observar que o método em [Chang and Yu \(1990\)](#) indicaria a exclusão da variável $u_5(t)$, já que esta coluna apresenta a menor soma. Todavia esta variável deve ser mantida em seu valor de repouso e será utilizada caso $c_4(t)$ sature e optamos por mantê-la, inclusive para comparações com outra metodologia posteriormente. Este foi o critério adotado para o projeto do controlador PI esparsos que é composto por seis blocos PI com o seguinte emparelhamento: $c_1 \Rightarrow (u_1, u_5)$, $c_2 \Rightarrow u_2$, $c_3 \Rightarrow u_3$ e $c_4 \Rightarrow (u_4, u_5)$. Ele pode ser representado em termos dos parâmetros de

otimização como:

$$K(s) \triangleq \left[\begin{array}{cccccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_6 \\ \hline \theta_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{10} \\ 0 & \theta_{11} & 0 & 0 & 0 & \theta_{12} & \theta_{11} & 0 & 0 & \theta_{12} \end{array} \right], \quad (4.18)$$

onde $\theta_j = -1/T_{i,j}$ e $\theta_{6+j} = k_{p,j}$, $j = 1, \dots, 6$.

O modelo de referência sofreu alterações em seus parâmetros para garantir a resposta de rastreamento e o desacoplamento entre as malhas de controle. Os novos parâmetros considerados para obtenção do controlador PI esparsos são apresentados na tabela 4.7.

Tabela 4.7: Destilação - Parâmetros obtidos para o modelo de referência com ajustes manuais considerando o controlador PI esparsos

$T_{m,1}$	Valor ajustado	$T_{m,2}$	Valor ajustado	$T_{m,3}$	Valor ajustado	$T_{m,4}$	Valor ajustado
ζ_1	1,6	ζ_2	0,7	ζ_3	1	ζ_4	1,7
$\omega_{n,1}$	0,12	$\omega_{n,2}$	0,09	$\omega_{n,3}$	0,10	$\omega_{n,4}$	0,10
$T_{z,1}$	36	$T_{z,2}$	12	$T_{z,3}$	20	$T_{z,4}$	30

Para um vetor de ponderação $\lambda = [1 \ 0 \ 0]^T$ e o vetor de restrições $\epsilon = [\infty \ \infty \ \infty]^T$, o

controlador PI esperso obtido foi:

$$K_3^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,865(s+0,142)}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0,203(s+0,136)}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0,301(s+0,165)}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1,139(s+0,129)}{s} \\ \frac{-0,39891(s+0,409)}{s} & 0 & 0 & \frac{-0,0025(s+7,078)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

com $\|E(s, K_3^*)\|_\infty = 0,68$.

Do mesmo modo que ocorreu com o controlador PI centralizado, um segundo controlador foi obtido na tentativa de minimizar a quinta variável, $u_5(t)$. Considerando $T_\infty(s, K) = T_{u_5 r}(s, K)$ com $\lambda = [0 \ 1 \ 0]^T$ e o vetor de restrições $\epsilon = [0,74 \ \infty \ \infty]^T$, o controlador PI esperso $K_4^*(s)$ calculado foi:

$$K_4^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,755(s+0,143)}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0,199(s+0,119)}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0,322(s+0,094)}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1,553(s+0,0505)}{s} \\ \frac{-0,219(s+0,257)}{s} & 0 & 0 & \frac{0,0034(s+1,019)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

com $\|E(s, K_4^*)\|_\infty = 0,74$ e $\|T_\infty(s, K_4^*)\|_\infty = 0,225$.

Ainda considerando os controladores PI espersos, foi acrescentado ruído de medição, $n(t)$, ao sistema com o controlador PI esperso da equação (4.18), como forma de analisar a sensibilidade e ilustrar a flexibilidade do método proposto que permite construir controladores com qualquer estrutura e atenuar ruídos de medição, além dos demais objetivos de controle. As entradas exógenas são definidas, neste projeto, como $w(t) = [r_1(t) \ r_2(t) \ r_3(t) \ r_4(t) \ n_1(t) \ n_2(t) \ n_3(t) \ n_4(t)]^T$, as variáveis de desempenho são

definidas como $z(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ c_3(t) \ c_4(t)]^T$ e o vetor de sinais de medição é definido como os erros de rastreamento: $y(t) = [r_1(t) - c_1(t) - n_1(t) \ r_2(t) - c_2(t) - n_2(t) \ r_3(t) - c_3(t) - n_3(t) \ r_4(t) - c_4(t) - n_4(t)]^T$. Na simulação utilizando o bloco *Band-Limited White Noise* do Simulink[®], foi incluído ruído no sistema com uma potência de 0,001. Um novo controlador, $K_5^*(s)$, foi obtido para atenuação do efeito deste ruído considerando $T_2(s, K) = T_{cn}(s, K)$ que relaciona as saídas controladas, $c(t)$, com os ruídos de medição, $n(t)$, com $\lambda = [0 \ 0 \ 1]^T$ e o vetor de restrições $\epsilon = [0,74 \ \infty \ \infty]^T$:

$$K_5^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,5016(s+0,154)}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0,19304(s+0,1234)}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0,2353(s+0,1947)}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-0,62375(s+0,2324)}{s} \\ \frac{-0,14401(s+0,6915)}{s} & 0 & 0 & \frac{0,011267(s+0,1774)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.21)$$

que resulta em $\|E(s, K_5^*)\|_\infty = 0,7397$ e $\|T_2(s, K_5^*)\|_2 = 0,8146$.

Por fim, um controlador PI esparsa $K_6^*(s)$ foi calculado prevendo a atenuação do ruído e a minimização da variável manipulada $u_5(t)$, com $T_2(s, K) = T_{cn}(s, K)$, $T_\infty(s, K) = T_{u_5r}(s, K)$, $\lambda = [0 \ 1 \ 1]^T$ e o vetor de restrições $\epsilon = [0,76 \ \infty \ \infty]^T$. O resultado foi:

$$K_6^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,683(s+0,119)}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0,208(s+0,103)}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0,284(s+0,097)}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-0,879(s+0,0583)}{s} \\ \frac{-0,238(s+0,191)}{s} & 0 & 0 & \frac{0,007(s+0,051)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

com $\|E(s, K_6^*)\|_\infty = 0,7584$, $\|T_2(s, K_6^*)\|_2 = 0,8681$ e $\|T_\infty(s, K_6^*)\|_\infty = 0,2510$.

4.2.3 Resultados

Neste exemplo, os desempenhos dos controladores projetados foram comparados ao controlador I/PI/PID centralizado em Shen et al. (2014), avaliando o efeito de mudanças em degrau nos três primeiros sinais de referência sobre as quatro saídas do processo.

A simulação considera os sinais de referência como $r_1(t) = \mathbf{1}(t)$, $r_2(t) = \mathbf{1}(t - 250)$ e $r_3(t) = \mathbf{1}(t - 500)$. As figuras 4.21 e 4.22 nos mostram as respostas transitórias obtidas utilizando o controlador PI centralizado $K_1^*(s)$ projetado para garantir a resposta de rastreamento e o desacoplamento entre as malhas.

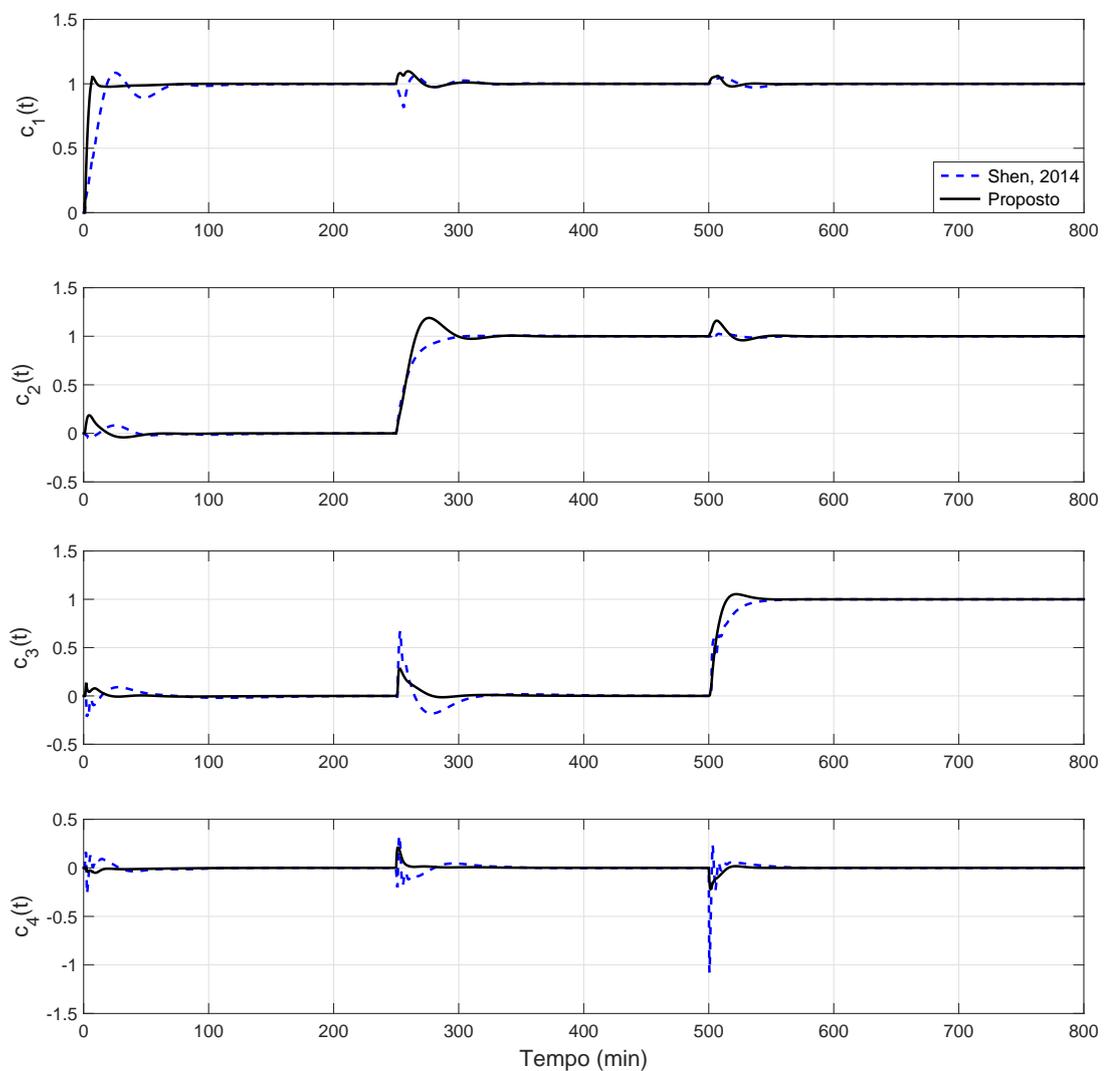


Figura 4.21: Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

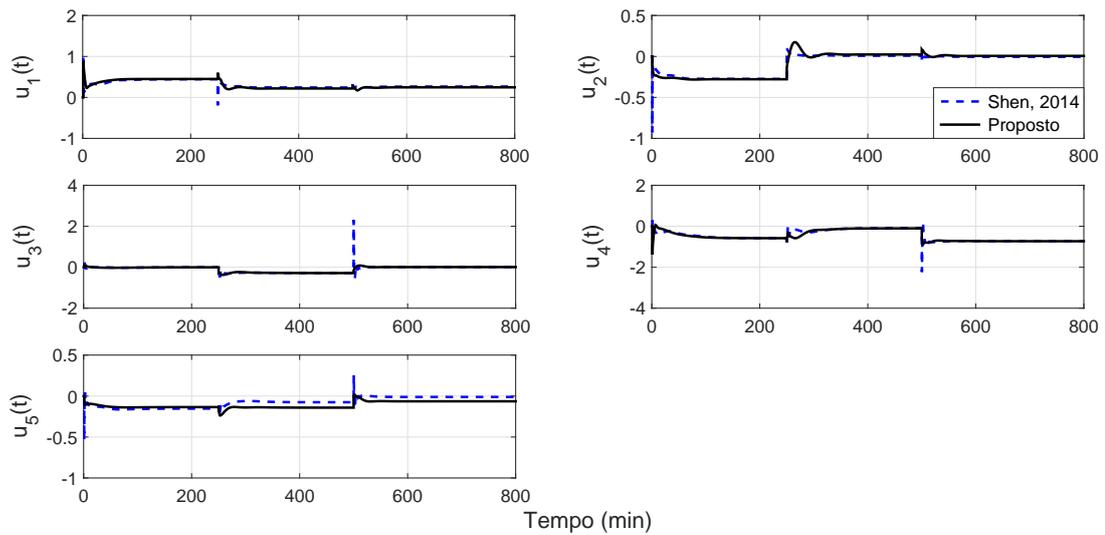


Figura 4.22: Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

A figura 4.21 apresenta as respostas transitórias das saídas controladas. O tempo de subida das três primeiras variáveis do controlador proposto é menor que o apresentado em Shen et al. (2014) ao custo de sobressinal nas variáveis $c_2(t)$ e $c_3(t)$. O desempenho da resposta de rastreamento e o desacoplamento entre as malhas de controle são satisfatórios. As saídas controladas $c_3(t)$ e $c_4(t)$, com o controlador proposto $K_1^*(s)$, possuem menores acoplamentos entre as malhas. Como já mencionado, a variável $c_4(t)$ deve ser mantida em uma determinada faixa, o que pode ser observado no gráfico desta variável como resposta à variação em degrau unitário das demais variáveis controladas, que apresenta pouca variação em torno do ponto de operação sem os picos apresentados em Shen et al. (2014).

A figura 4.22 apresenta as respostas transitórias das variáveis manipuladas. Em todas elas pode ser observado que não há picos como acoplamento à resposta em degrau para o controlador proposto, ao contrário do controlador apresentado em Shen et al. (2014). Em nenhum caso houve saturação das variáveis manipuladas. As duas últimas variáveis manipuladas, $u_4(t)$ e $u_5(t)$, que deveriam ser mantidas nos valores de repouso, apresentaram variações elevadas o que evidencia que apesar de minimizar o

erro de aproximação e desacoplar as malhas de controle, um maior esforço de controle é requerido com especial atenção para a variável $u_5(t)$, que apresentou um valor maior que o controlador comparado.

Tendo em vista o problema da quinta variável, o controlador PI centralizado $K_2^*(s)$ foi projetado com o mesmo modelo de referência com o intuito de minimizar esta variável. As figuras 4.23 e 4.24 apresentam as respostas transitórias obtidas.

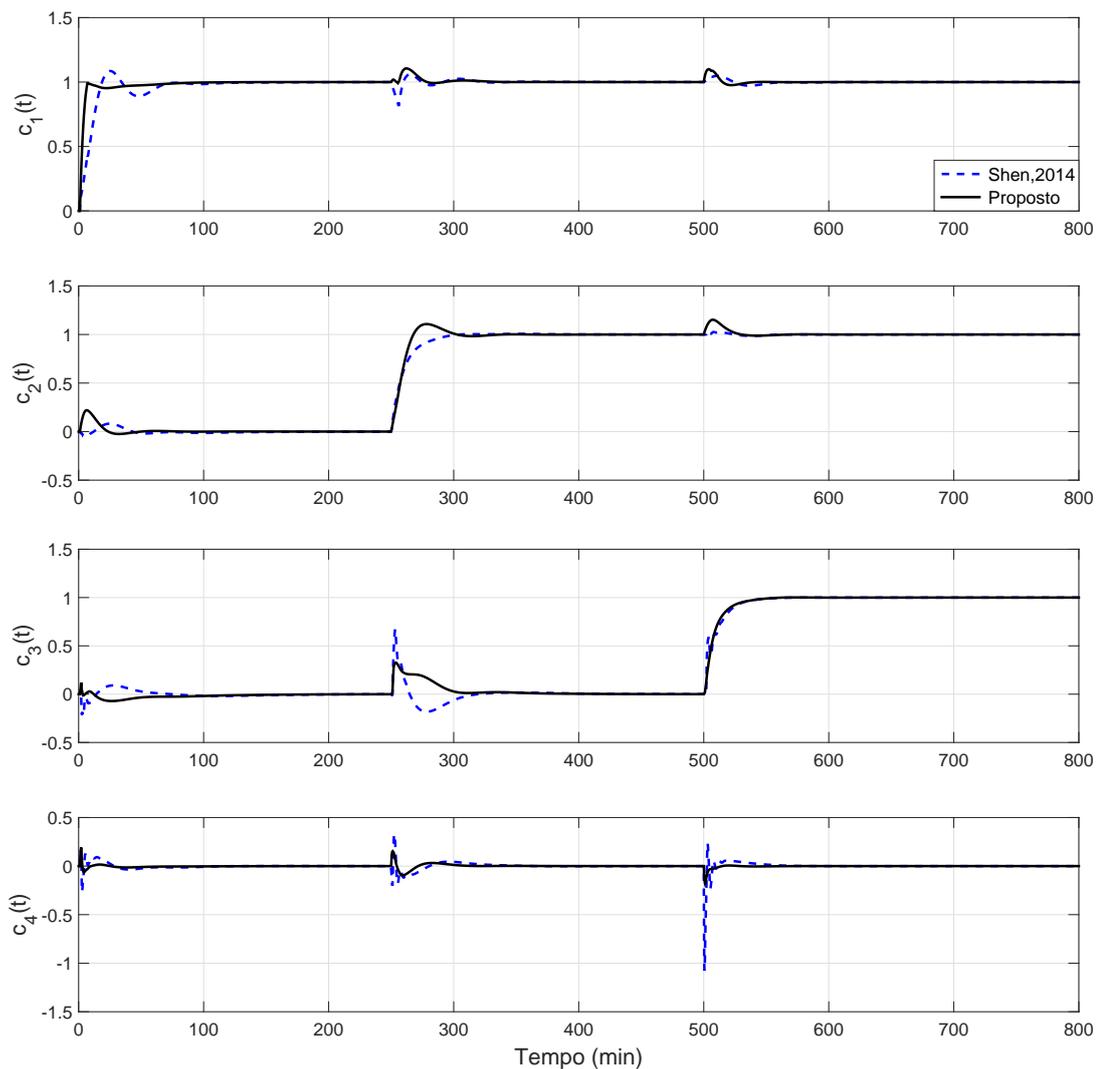


Figura 4.23: Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

A figura 4.23 apresenta as respostas transitórias das saídas controladas. As diferenças notáveis utilizando o controlador PI centralizado proposto, $K_2^*(s)$, que minimiza

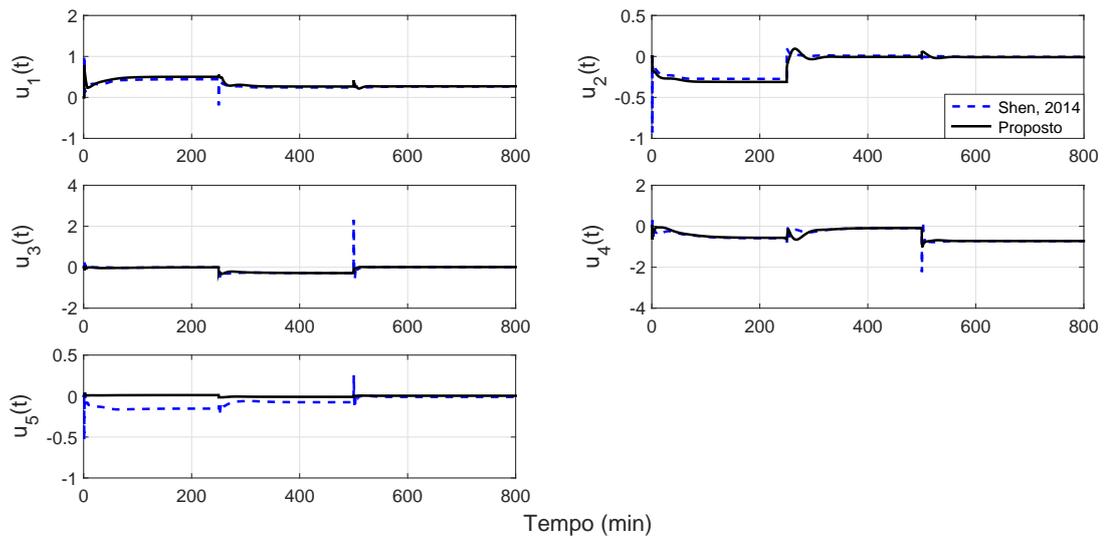


Figura 4.24: Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

$u_5(t)$ são o tempo de subida menor da variável $c_1(t)$, o maior acoplamento da variável $c_3(t)$ em resposta ao degrau na variável $c_2(t)$ e a ausência de sobressinal na variável $c_3(t)$, quando comparados ao controlador $K_1^*(s)$. Os desempenhos das respostas de rastreamento e desacoplamentos entre as malhas se mantêm satisfatórios.

A figura 4.24 apresenta as respostas transitórias das variáveis manipuladas. Em nenhum caso houve saturação e as respostas utilizando o controlador $K_2^*(s)$ são semelhantes ao obtido com $K_1^*(s)$, porém a variável $u_5(t)$ está operando em seu valor de repouso com pouca variação, atingindo o objetivo. O controlador $K_2^*(s)$ minimiza o erro de aproximação, desacopla as malhas de controle e minimiza o esforço de controle da variável escolhida. A tentativa de se obter o desacoplamento entre as malhas de controle, não seria possível caso tentássemos manter $u_4(t)$ e $u_5(t)$ em seus valores de repouso.

As figuras 4.25 e 4.26 mostram os resultados obtidos com o controlador PI esparsos $K_3^*(s)$, calculado a partir dos parâmetros da tabela 4.7.

Ao se observar a figura 4.25 que nos apresenta as respostas transitórias das variáveis controladas, nota-se que as variáveis $c_1(t)$ e $c_2(t)$ se tornaram menos sensíveis à

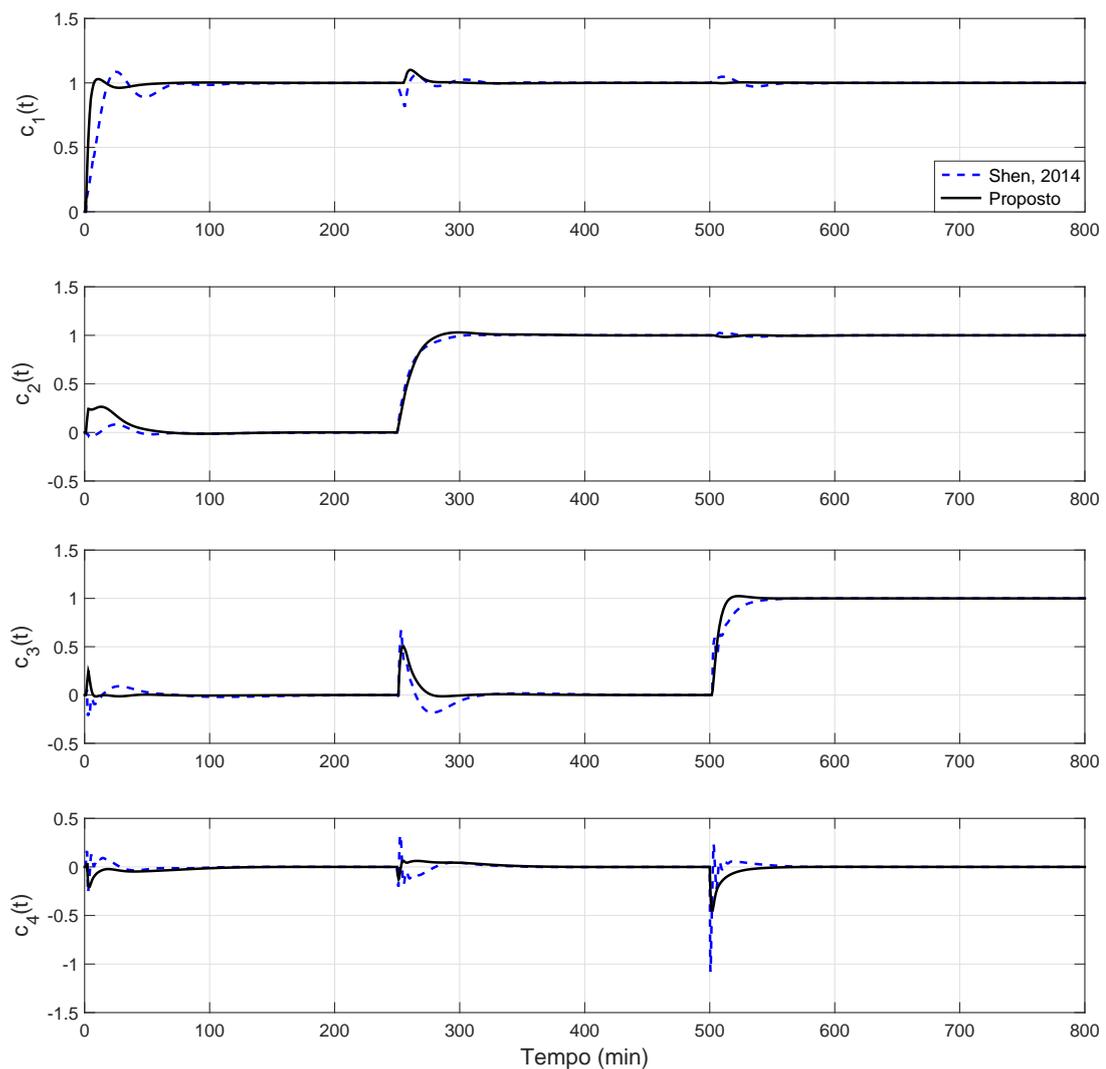


Figura 4.25: Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

mudança em degrau da variável $c_3(t)$, porém aumentou o acoplamento nestas últimas quando aplica-se um degrau nas variáveis $c_1(t)$ e $c_2(t)$. Importante citar que a variável $c_4(t)$, embora esteja dentro de uma faixa de variação, teve o seu tempo de acomodação aumentado. Os tempos de subida das três primeiras variáveis permanecem menores quando comparados ao controlador em Shen et al. (2014). Os desempenhos das respostas de rastreamento e os desacoplamentos entre as malhas são satisfatórios.

A figura 4.26 apresenta as respostas transitórias das variáveis manipuladas. A variável $u_1(t)$ trabalha em um valor mais próximo do ponto de operação, em contrapartida a

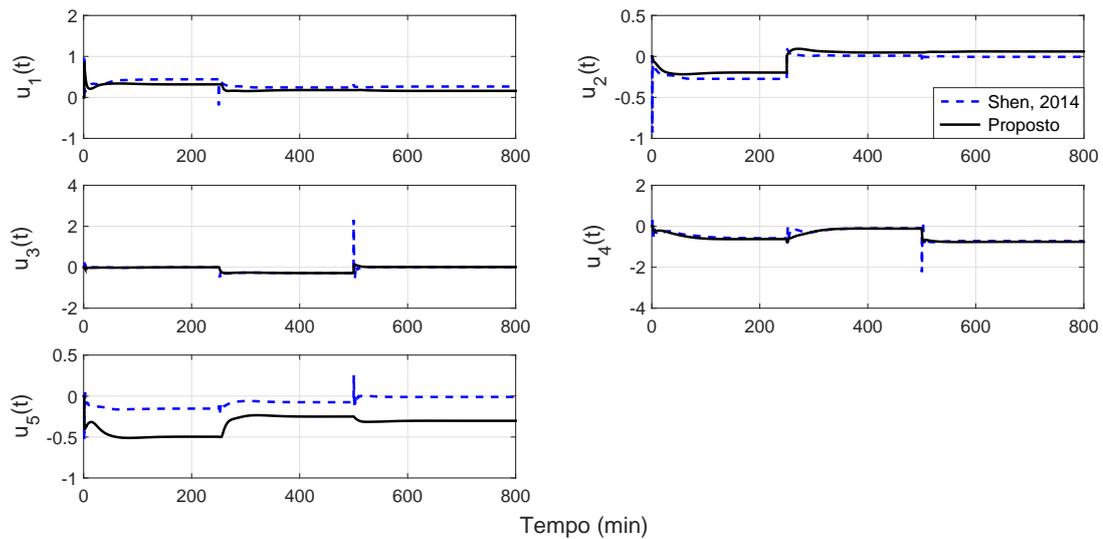


Figura 4.26: Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

variável $u_2(t)$ se afastou mais deste valor. As variáveis $u_3(t)$ e $u_4(t)$ se mantiveram em valores similares aos apresentados pelos demais controladores projetados. Já a variável $u_5(t)$, apesar de não ter saturado, apresentou o maior esforço de controle de todos os projetos até este momento, operando em um valor muito abaixo do valor de repouso.

O controlador PI esparsa $K_4^*(s)$ foi projetado para minizar a variável $u_5(t)$ e os resultados são apresentados nas figuras 4.27 e 4.28.

As respostas transitórias das variáveis controladas apresentadas na figura 4.27 indicam que as variáveis $c_1(t)$, $c_2(t)$ e $c_3(t)$ possuem respostas semelhantes às apresentadas quando se utiliza o controlador $K_3^*(s)$, mas com um leve aumento no acoplamento entre as malhas. As variáveis $c_1(t)$ e $c_2(t)$ permanecem com um menor tempo de subida que o controlador em Shen et al. (2014) e $c_3(t)$ teve este tempo suavemente elevado, a ponto de ser maior que controlador comparado. Quanto à variável $c_4(t)$, o tempo de acomodação devido ao acoplamento é visivelmente superior aos tempos apresentados com os controladores em Shen et al. (2014) e $K_3^*(s)$.

A figura 4.28 apresenta as respostas transitórias das variáveis manipuladas. As quatro primeiras variáveis manipuladas permaneceram com um comportamento similar ao

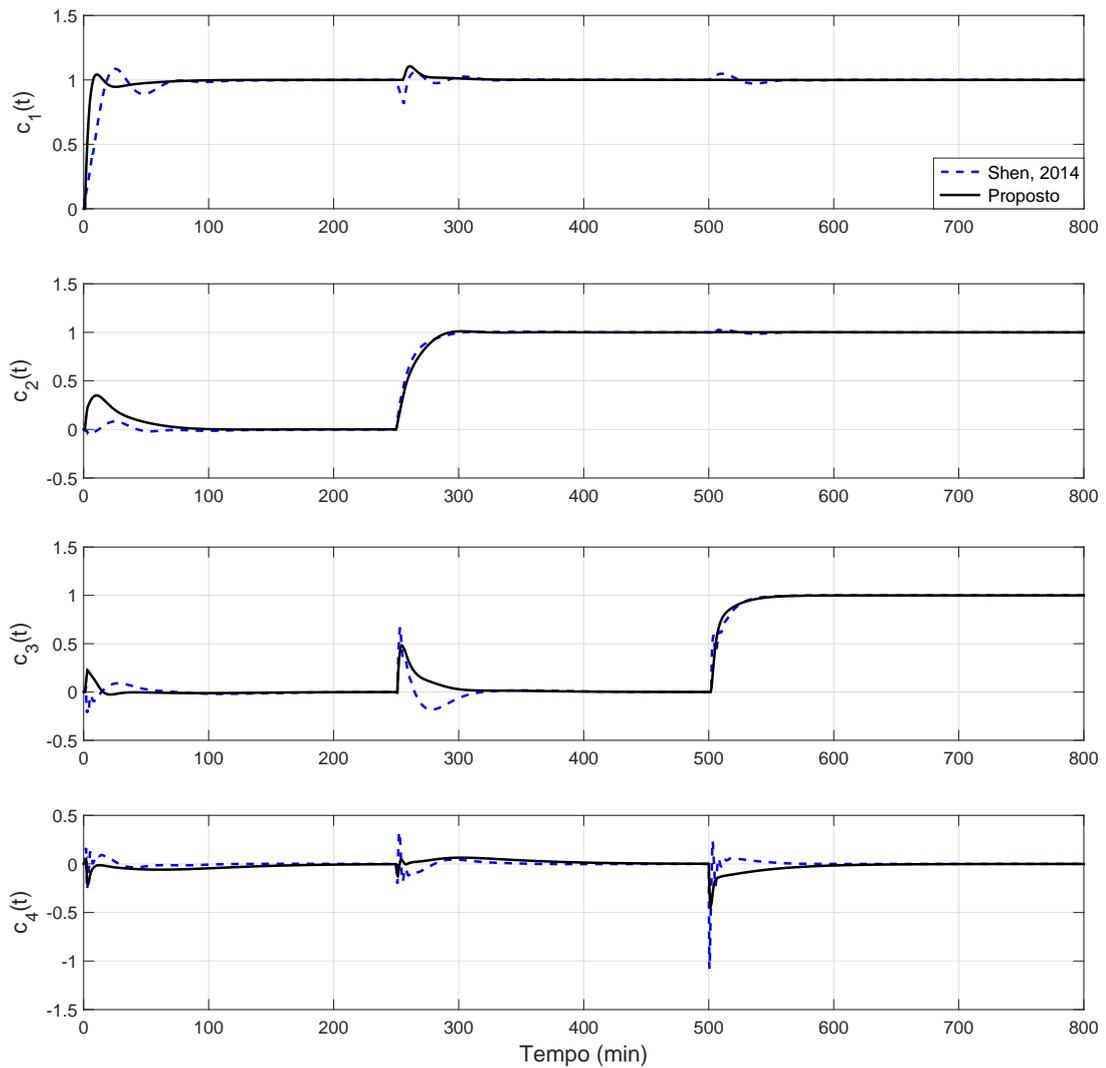


Figura 4.27: Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

apresentado com o controlador $K_3^*(s)$, porém em pontos de operação mais próximos aos obtidos por Shen et al. (2014). A variável $u_5(t)$ teve o seu esforço de controle diminuído, porém mais distante que o esforço imposto pelos controladores PI centralizados $K_2^*(s)$ e Shen et al. (2014). Após várias tentativas, observou-se que a modificação do valor do vetor de restrição, ϵ , traria a variável $u_5(t)$ para mais próximo do valor de repouso como ocorreu com $K_2^*(s)$, o que incorreria na deterioração das respostas transitórias das variáveis controladas.

Os valores obtidos da integral do erro ao quadrado dos quatro controladores proje-

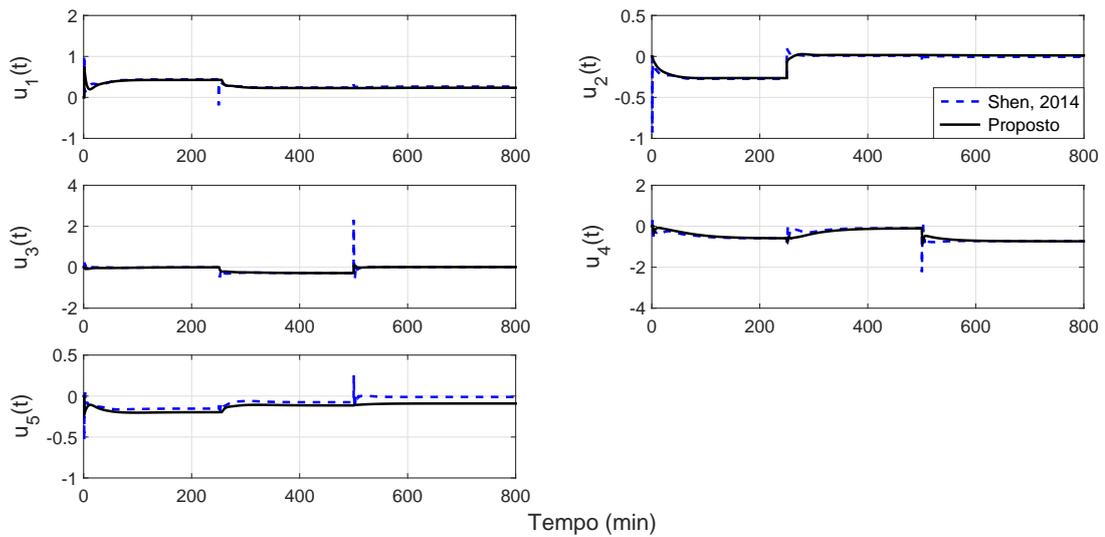


Figura 4.28: Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

tados e o controlador utilizando a metodologia em Shen et al. (2014) são exibidos na tabela 4.8.

Tabela 4.8: Destilação - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de referência em degrau

Índices	Shen, 2014	$K_1^*(s)$	$K_2^*(s)$	$K_3^*(s)$	$K_4^*(s)$
ISE_1	5,2043	1,2416	1,5168	1,2692	1,4710
ISE_2	5,1775	5,8908	5,8295	7,3876	8,9429
ISE_3	7,2606	4,4672	6,6186	6,4850	7,3831
ISE_4	2,0424	0,3637	0,2407	1,3995	1,6588
ISE_t	19,6847	11,9634	14,2057	16,5412	19,4558

Como pode ser observado na tabela 4.8, o controlador I/PI/PID centralizado proposto em Shen et al. (2014) apresenta o menor valor de ISE_2 enquanto que o controlador PI centralizado $K_1^*(s)$ possui os menores valores de ISE_1 , ISE_3 e ISE_t , ou seja, indica um melhor índice global mas a variável $u_5(t)$ não é minimizada. Algo semelhante acontece com os controladores PI esparsos, sendo que quando se compara os índices de $K_3^*(s)$ e $K_4^*(s)$, o primeiro possui valores menores em todas as integrais do erro quadrático e o segundo numa comparação global não apresentou índices menores que nenhum outro

controlador. O sistema com $K_2^*(s)$ apresentou ISE_t em torno de 18,74% maior que $K_1^*(s)$ ao passo que $K_4^*(s)$ apresentou ISE_t em torno de 17,62% maior que $K_3^*(s)$.

Uma segunda simulação foi realizada considerando ruídos de medição com os controladores PI esparsos $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$ em que o primeiro minimiza o ruído e o segundo minimiza, além do ruído, a variável manipulada $u_5(t)$. As figuras 4.29 e 4.30 apresentam os resultados considerando o controlador PI esparsos $K_3^*(s)$ com acréscimo de ruído com potência de 0,001 conforme mencionado na seção 4.2.2 para ilustrar a eficácia da metodologia.

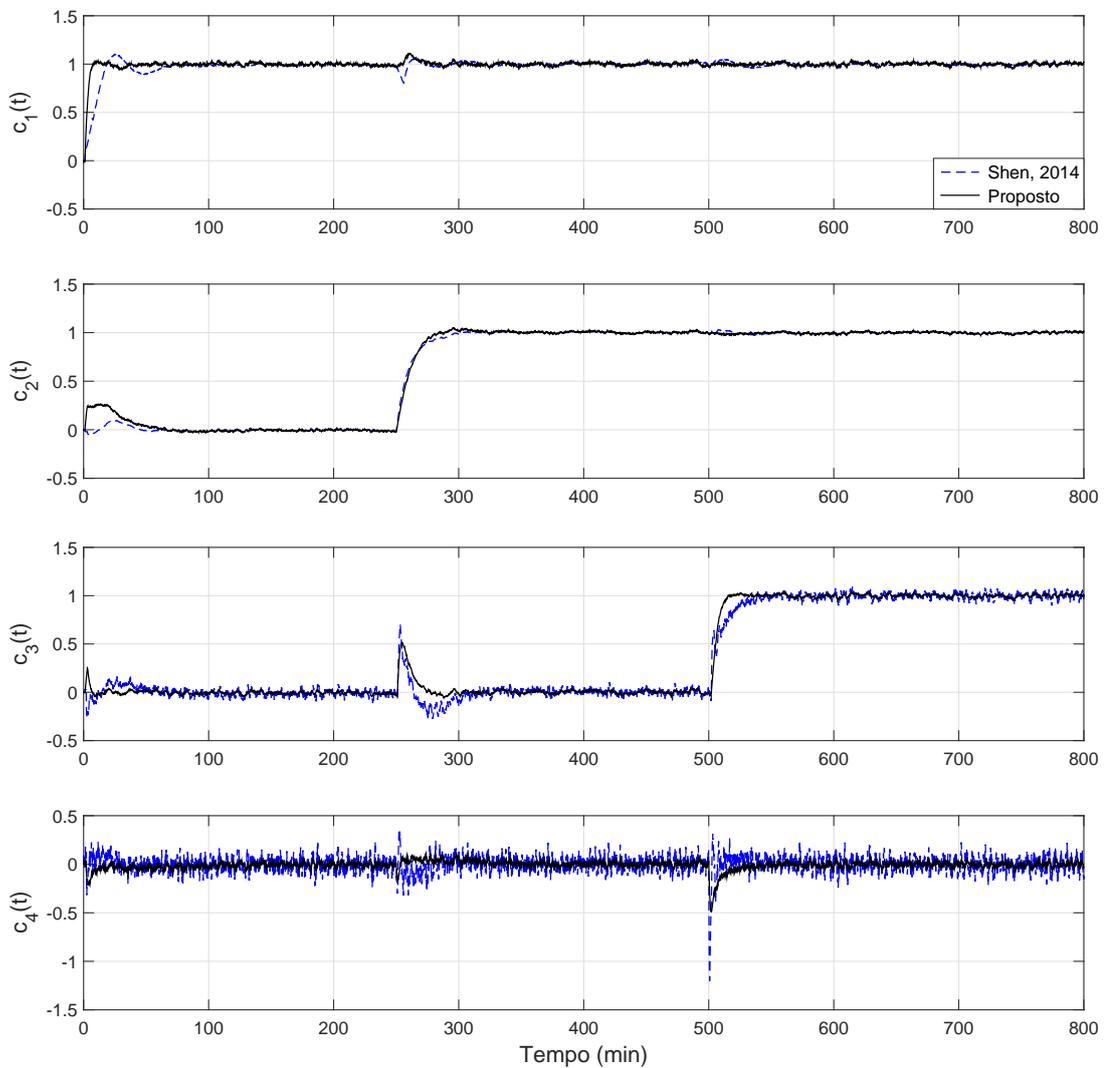


Figura 4.29: Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruído de medição.

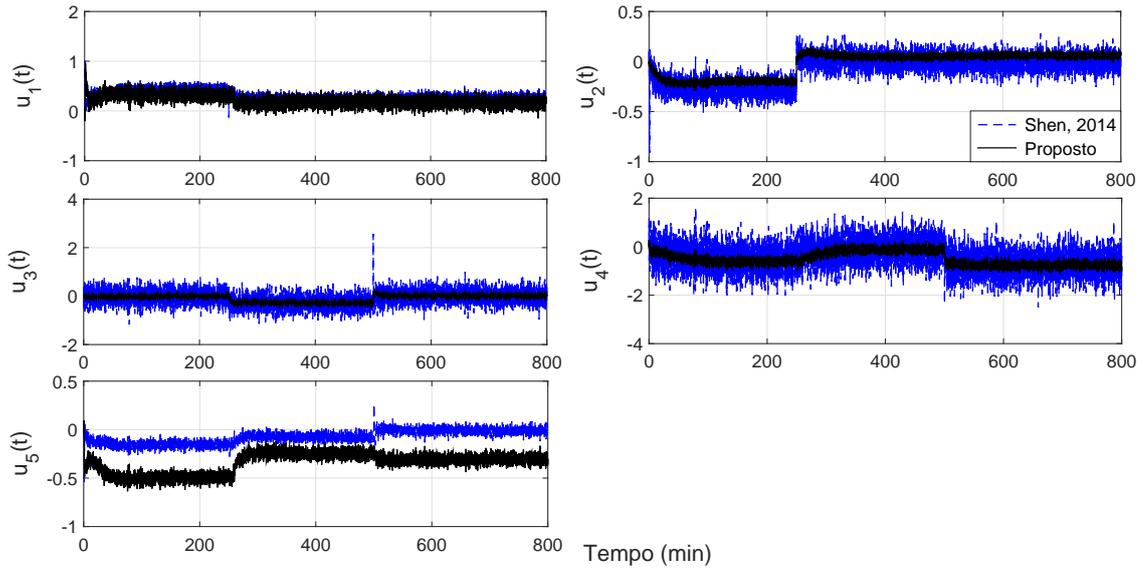


Figura 4.30: Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruídos de medição.

O resultado apresentado nas figuras 4.29 e 4.30 indica sinais com ruído sem nenhum tipo de tratamento. O controlador $K_5^*(s)$ foi projetado para minimizar o ruído e as figuras 4.31 e 4.32 mostram os resultados.

As figuras 4.33 e 4.34 apresentam os resultados referentes ao controlador $K_6^*(s)$ que além de atenuar os ruídos, minimiza a variável manipulada $u_5(t)$.

Percebe-se visivelmente que o controlador $K_3^*(s)$ é menos sensível ao ruído que o controlador em Shen et al. (2014) quando se trata das variáveis manipuladas $u_2(t)$, $u_3(t)$, $u_4(t)$. As variáveis $u_1(t)$ e $u_5(t)$ apresentam resultados levemente parecidos quanto ao ruído de medição. Em comparação com o sistema utilizando $K_4^*(s)$, nota-se que as variáveis $u_1(t)$ e $u_5(t)$ tiveram o ruído atenuado sendo que observa-se que esta última está menos sensível ao ruído que $K_3^*(s)$ o que não se pode afirmar em relação a $u_1(t)$. A figura 4.34 ilustra a minimização de $u_5(t)$ que se aproximou mais do ponto de operação porém não mais que o apresentado em Shen et al. (2014). Quanto às variáveis controladas, nota-se que as variáveis $c_1(t)$, $c_2(t)$ e $c_3(t)$ tiveram os ruídos atenuados, o que não ficou claro para a variável $c_4(t)$. Os desempenhos das respostas de rastreamento e desacoplamentos entre as malhas de controle para os sistemas utilizando $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$

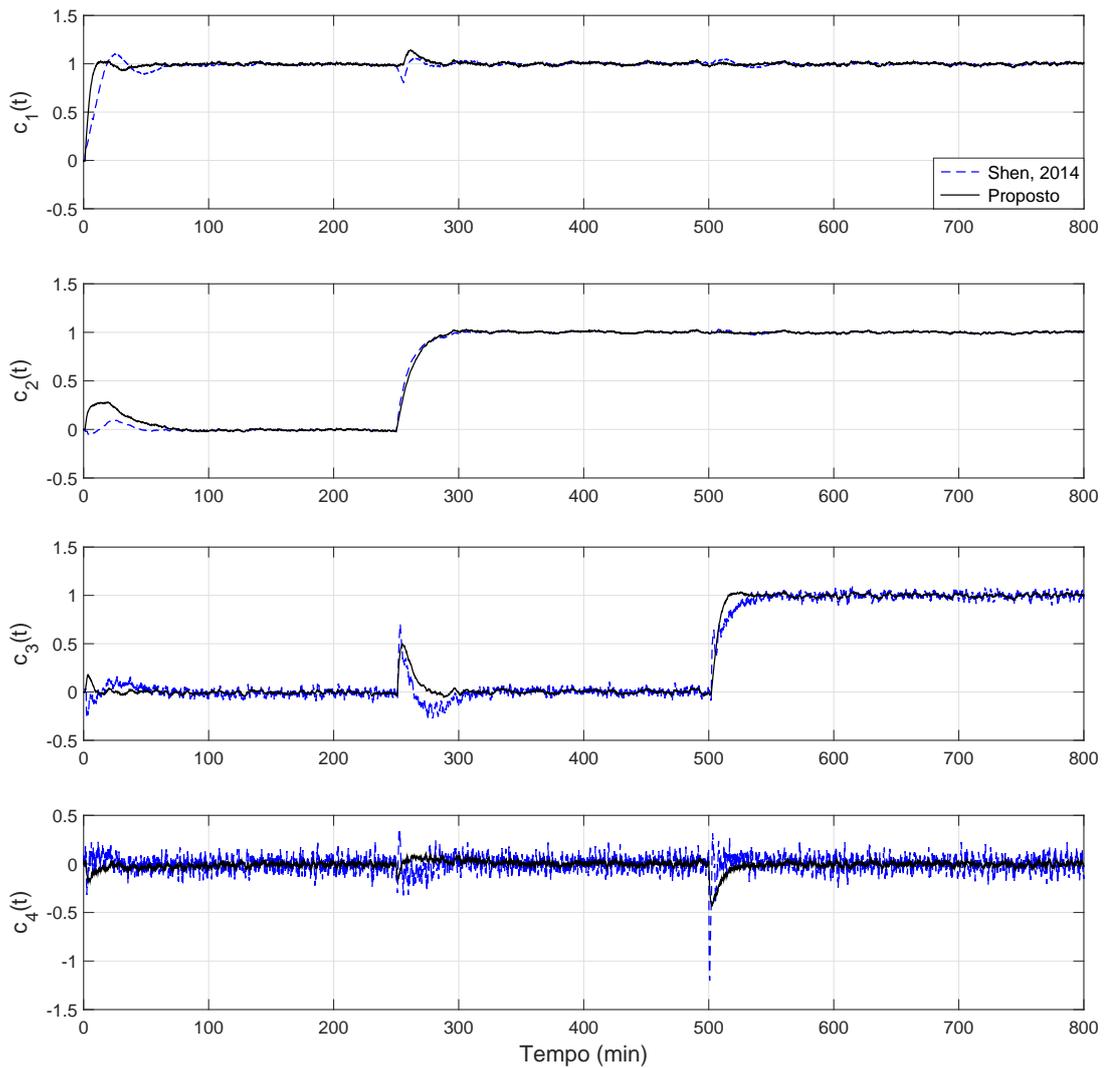


Figura 4.31: Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_5^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruído de medição.

foram considerados satisfatórios.

Para avaliar quantitativamente as atenuações dos ruídos de medição impostas pelos controladores, a tabela 4.9 resume a variância amostral de cada variável, a partir do instante 600 min, considerando o ruído de medição nos sistemas com os controladores $K_3^*(s)$, $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$.

Por meio da tabela 4.9 pode ser visto que o ruído da maioria das variáveis foi atenuado pelos controladores $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$ quando comparados aos valores da variância do controlador $K_3^*(s)$ (sem tratamento do ruído), sendo que os melhores resultados

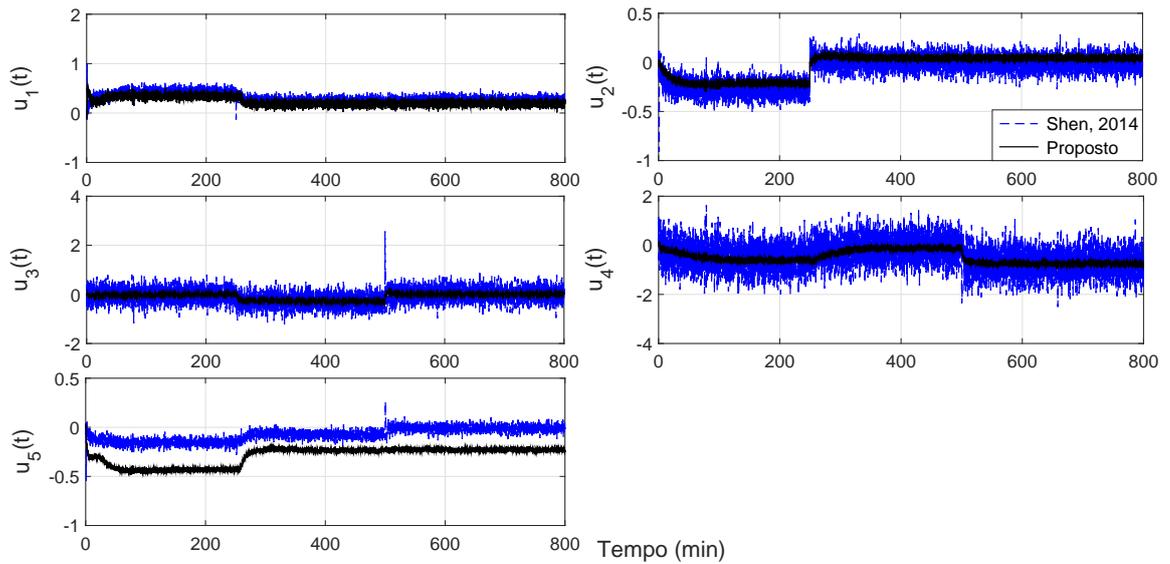


Figura 4.32: Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_5^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruídos de medição.

Tabela 4.9: Destilação - Variância dos sinais, a partir do instante 600 min, com os controladores PI esparsos $K_3^*(s)$, $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$ considerando ruídos de medição

Variável	Controlador			
	Shen, 2014	$K_3^*(s)$	$K_5^*(s)$	$K_6^*(s)$
	Variância ($\times 10^{-3}$)			
c_1	<u>0,073</u>	0,215	0,138	0,169
c_2	<u>0,048</u>	0,088	0,071	0,085
c_3	1,1	0,235	<u>0,231</u>	0,265
c_4	4,9	0,462	<u>0,317</u>	0,427
c_t	6,121	1,0	<u>0,757</u>	0,946
u_1	3,6	7,3	<u>2,4</u>	4,5
u_2	3,2	0,398	<u>0,358</u>	0,416
u_3	60,5	0,886	<u>0,54</u>	0,79
u_4	235,8	13,3	<u>4,0</u>	7,9
u_5	0,868	1,6	<u>0,177</u>	0,516
u_t	303,968	23,484	<u>7,475</u>	14,122

estão sublinhados na tabela. Também é perceptível que ao se incluir o objetivo de minimizar a variável $u_5(t)$, obtendo o controlador $K_6^*(s)$, os resultados são piores do que o controlador $K_5^*(s)$ que não possui este objetivo e somente minimiza o ruído além do erro de aproximação. As variáveis c_t e u_t representam as somas das variâncias das variáveis controladas e manipuladas respectivamente e aponta para o controlador $K_5^*(s)$

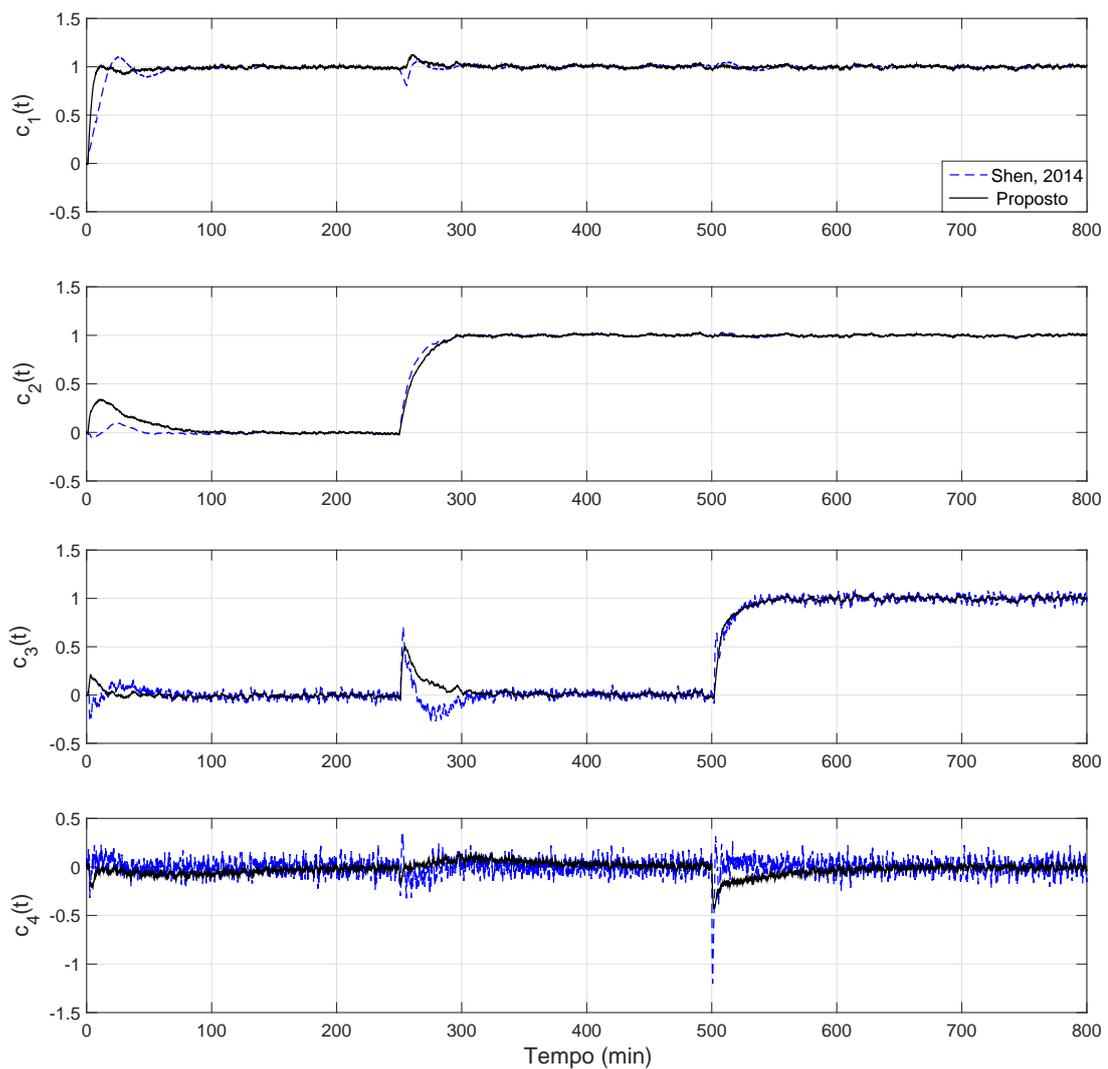


Figura 4.33: Destilação - resposta transitória das saídas controladas com $K_6^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruído de medição.

como melhor resultado.

Por fim, os valores obtidos da integral do erro ao quadrado dos controladores $K_3^*(s)$, $K_5^*(s)$, $K_6^*(s)$ e o controlador utilizando a metodologia em Shen et al. (2014) são transcritos na tabela 4.10.

Os valores indicados na tabela 4.10 apontam que o controlador $K_3^*(s)$ apresenta os melhores resultados em três dos cinco índices: ISE_1 , ISE_3 e ISE_t . Os controladores $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$ possuem os valores dos índices ISE_1 e ISE_4 significativamente menores que os valores apresentados pelo controlador em Shen et al. (2014), sendo as maiores

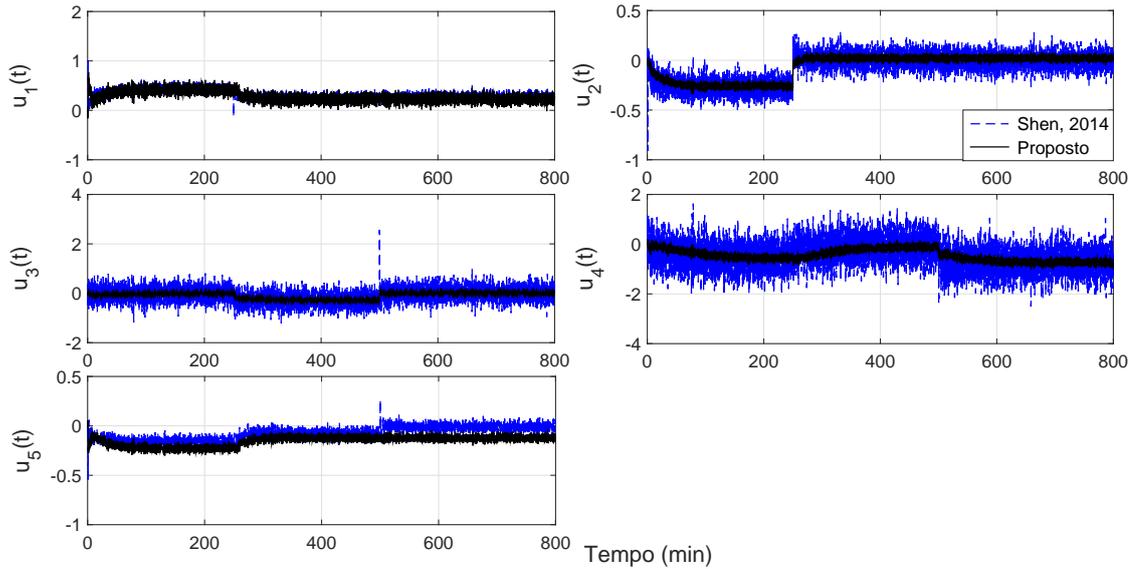


Figura 4.34: Destilação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_6^*(s)$ para sinais de referência em degrau e ruídos de medição.

Tabela 4.10: Destilação - Desempenho do controle do processo para variações dos sinais de referência em degrau na presença de ruído de medição

Índices	Shen, 2014	$K_3^*(s)$	$K_5^*(s)$	$K_6^*(s)$
ISE_1	12,9936	9,0835	9,9812	9,5578
ISE_2	13,2835	15,3178	16,2124	17,2134
ISE_3	15,9465	14,6140	15,2349	16,2473
ISE_4	17,0305	10,2345	10,1123	11,6492
ISE_t	59,2541	49,2497	51,5409	54,6677

diferenças ilustradas no índice ISE_4 que avalia o desempenho da variável $c_4(t)$ que deve ser mantida dentro de uma faixa de valores. Ao se comparar $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$, este último apresenta um ISE_t 6,07% maior, devido a escolha do vetor de restrições que considera um erro de aproximação ligeiramente maior para minimizar o ruído e a variável manipulada $u_5(t)$.

4.2.4 Conclusões

Com base nas simulações no processo de destilaria de petróleo bruto, um sistema não-quadrado 4x5, foi verificado que o método proposto de síntese de controladores PI é

viável para obtenção de controladores com qualquer estrutura desejada e múltiplos objetivos de controle. Os resultados mostraram que apesar de se tratar múltiplos objetivos de controle, é possível obter um compromisso entre eles. Os controladores calculados com mais de um objetivo, apresentaram *ISE* maiores, como o caso de $K_2^*(s)$ em relação a $K_1^*(s)$, $K_4^*(s)$ em relação a $K_3^*(s)$ ou $K_6^*(s)$ em relação a $K_5^*(s)$. Este fato decorre da escolha dos valores do erro de aproximação a serem inseridos no vetor de restrições que são maiores que os obtidos caso este fosse o único objetivo. Porém este compromisso deve ser avaliado pelo projetista visto que a metodologia proposta é flexível.

Os testes realizados mostraram que não seria possível minimizar as duas variáveis manipuladas $u_4(t)$ e $u_5(t)$, simultaneamente, sendo obtida a minimização de $u_5(t)$ apenas. Com o controlador PI centralizado $K_1^*(s)$ a variável $u_5(t)$ praticamente foi anulada e o comportamento de $u_4(t)$ se manteve com poucas variações. Este comportamento da variável $u_4(t)$, ao se minimizar $u_5(t)$, foi repetido nos testes com os controladores PI esparsos e com o acréscimo de ruído.

Novamente a estrutura mais simples do controlador PI esparsos pôde ser implementada, com os índices de desempenho escolhidos, apresentando melhores resultados quando comparados ao controlador da literatura utilizado como referência calculado por procedimentos analíticos. Porém nesta estrutura, a variável $u_5(t)$ não pôde ser minimizada e operar no seu valor de repouso.

Após a inclusão de ruídos de medição, os testes foram realizados considerando o controlador PI esparsos que, como dito no parágrafo anterior, apresenta uma estrutura mais simples e facilidade de implementação. Os resultados mostraram que os índices de desempenho foram piores porém as respostas de rastreamento e os desacoplamentos entre as malhas de controle se mantiveram satisfatórios. Além disso foi possível observar que os controladores projetados com a metodologia proposta nesse trabalho se mostraram menos sensíveis a ruídos que o controlador em [Shen et al. \(2014\)](#). Ao se acrescentar como objetivo a atenuação do ruído de medição obtendo $K_5^*(s)$ e $K_6^*(s)$,

foi possível verificar a capacidade de tratar com múltiplos objetivos, com os resultados ilustrados nos gráficos e tabelas.

A obtenção do modelo de referência neste exemplo se mostrou mais difícil e, mesmo indicando valores iniciais, os parâmetros foram encontrados de forma empírica.

4.3 Flotação em Coluna

4.3.1 Formulação do Problema

Considere o processo de flotação em coluna apresentado em [Persechini \(2001\)](#), cujo diagrama esquemático com a instrumentação associada, é apresentada na figura 4.35. O objetivo de controle neste exemplo é manter a altura da camada de espuma, h , o *holdup* de ar na zona de coleta, ϵ_{gcz} , e o *bias* nos valores predeterminados para obter a recuperação e o teor do concentrado requeridos. O *bias* é o fluxo resultante de água descendente através da camada de espuma e o *holdup* de ar é a percentagem volumétrica de ar em uma determinada região da coluna.

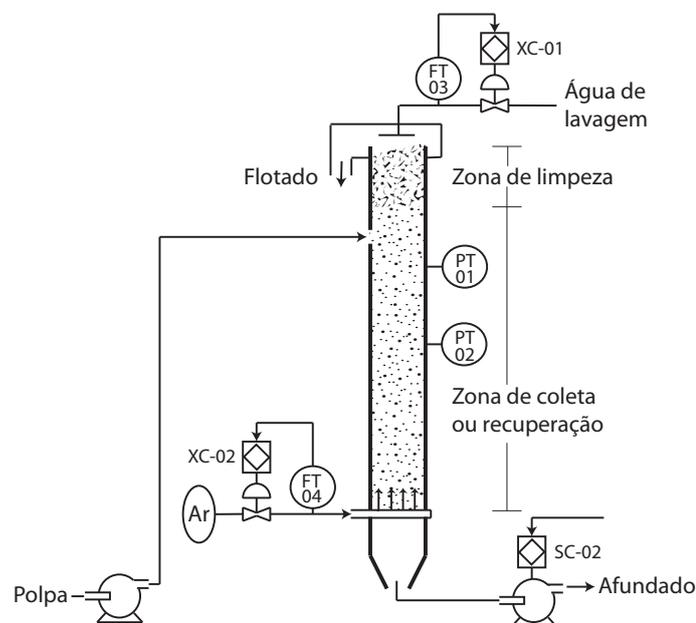


Figura 4.35: Desenho esquemático da coluna de flotação.

A formulação deste problema prevê o controle da altura da camada de espuma e do *holdup* de ar, que são as variáveis controladas, que devem ser mantidas em seus respectivos valores de referência e assim temos $c(t) = [h(t) \ \epsilon_{gcz}(t)]^T$. O controle se dá por meio da manipulação da água de lavagem, Q_W , vazão de ar, Q_g , e a vazão do afundado, Q_T , porém estas variáveis não são manipuladas diretamente. As variáveis manipuladas consideradas na formulação deste problema são os sinais enviados para o posicionamento das válvulas de água de lavagem e alimentação de ar e o sinal enviado para velocidade da bomba do afundado, ou seja, $u(t) = [U_W \ U_g \ U_T]^T$ variando numa faixa de 0 - 100 %. A matriz de funções de transferência do sistema não-quadrado 2 x 3 em malha aberta adotada neste trabalho é (Persechini; 2001):

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,034e^{-10s}}{s} & \frac{(-3598,8s^2 - 4,098s - 0,015)e^{-60s}}{s(80,68s+1)(486,46s+1)} & \frac{0,16}{s} \\ \frac{-0,18e^{-20s}}{94,91s+1} & \frac{0,37e^{-60s}}{48,26s+1} & \frac{0,016}{38,11s+1} \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

As constantes e atrasos de tempo estão em segundos. Este exemplo é especialmente interessante por incluir funções de transferência instáveis em malha aberta. Os atrasos de tempo foram aproximados por Padé de terceira ordem conforme a expressão (2.2) e a realização mínima deste sistema em espaço de estados possui ordem 23.

Em Persechini et al. (2004) é apresentado o controle PI descentralizado e a análise da resposta transitória é desenvolvida considerando o ponto de operação alcançado para $r(t) = [90 \ 19,2]^T$. O objetivo é obter um controlador que minimize o erro de rastreamento e o acoplamento entre as malhas de controle, evite a saturação das variáveis manipuladas e atenua o ruído de medição. O vetor de entradas exógenas é definido como $w(t) = [r_1(t) \ r_2(t) \ n_1(t) \ n_2]^T$ considerando sinais de referência e ruídos de medição. O vetor das variáveis de desempenho são $z(t) = [c_1(t) \ c_2(t) \ U_W \ U_g \ U_T]^T$. As variáveis medidas são definidas como os erros de rastreamento: $y(t) = [r_1(t) - c_1(t) - n_1(t) \ r_2(t) - c_2(t) - n_2(t)]^T$. O ruído, $n(t)$ foi acrescentado na simulação para fins de verificação de seu efeito e a necessidade de atenuá-lo. Importante ressaltar que para a obtenção do

modelo de referência não foram considerados o efeito do ruído ficando os vetores de entradas exógenas e erro de rastreamento da seguinte forma, respectivamente: $w(t) = [r_1(t) \ r_2(t)]^T$ e $y(t) = [r_1(t) - c_1(t) \ r_2(t) - c_2(t)]^T$.

4.3.2 Síntese do Controlador

O modelo de referência é definido como uma matriz de transferência diagonal

$$T_m(s) = \begin{bmatrix} T_{m,1}(s) & 0 \\ 0 & T_{m,2}(s) \end{bmatrix}.$$

O modelo de referência considerado está conforme o apresentado na equação (2.15) que considera funções de transferência de terceira ordem como elementos da matriz. Foi considerada uma realização no espaço de estados da matriz de referência com aproximação de Padé de terceira ordem do atraso de tempo. Duas estruturas de controladores são consideradas: PI centralizado e PI esparso. Todos os parâmetros e considerações utilizadas na síntese bem como os controladores obtidos são apresentados a seguir.

Controlador PI centralizado

A representação do controlador PI centralizado em termos dos parâmetros de otimização é:

$$K(s) \triangleq \left[\begin{array}{cccccc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_6 \\ \hline \theta_7 & \theta_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_7 & \theta_8 \\ 0 & 0 & \theta_9 & \theta_{10} & 0 & 0 & \theta_9 & \theta_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{11} & \theta_{12} & \theta_{11} & \theta_{12} \end{array} \right], \quad (4.24)$$

onde $\theta_j = -1/T_{i,j}$ e $\theta_{6+j} = k_{p,j}$, $j = 1, \dots, 6$.

Inicialmente, o modelo de referência é obtido por meio do problema de otimização (2.17) modificado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} K^*(s) &= \arg \min_{K(s), T_m} \|E(s, K, T_m)\|_\infty \\ \text{Sujeito a: } & K(s) \in \mathcal{F} \\ & \max_i \Re(\lambda_i(A_m)) \leq \sigma \\ & \zeta_{min,i} \leq \zeta_i \leq \zeta_{max,i} \\ & \omega_{nmin,i} \leq \omega_{n,i} \leq \omega_{nmax,i}, \quad i = 1 \dots q. \end{aligned} \quad (4.25)$$

A modificação refere-se ao acréscimo da restrição limitando os valores de $\omega_{n,i}$ do modelo de referência, pois os testes e observações apontaram tempos de resposta muito pequenos da variável controlada $c_1(t)$, que é a altura da camada de espuma $h(t)$, a ponto de saturar as variáveis manipuladas $u_2(t)$ e $u_3(t)$. Esta nova restrição tem o intuito de acabar ou diminuir a saturação das variáveis e, nesta última hipótese, a saturação poderá ser extinguida pela minimização da variável em questão posteriormente. Definimos as

restrições das variáveis de otimização $\zeta_{min,1} = \zeta_{min,2} = 0,5$, $\zeta_{max,1} = \zeta_{max,2} = 0,9$, $\sigma = 0$, $\omega_{nmin,1} = \omega_{nmin,2} = 0,001$, $\omega_{nmax,1} = 0,1$ e $\omega_{nmax,2} = 0,15$. Os atrasos de tempo considerados foram $\tau_{d1} = 0$ e $\tau_{d2} = 20$. Considerando um número de gerações $N_g = 4.000$, o erro de aproximação encontrado foi de $\|E(s, K^*, T_m^*)\|_\infty = 0,1996$. A resposta obtida foi considerada satisfatória e a segunda etapa utilizando o problema de otimização (2.18) não foi necessária. Os parâmetros do modelo de referência estão transcritos na tabela 4.11.

Tabela 4.11: Parâmetros obtidos para o modelo de referência do processo de Flotação

Parâmetros $T_{m,1}$	Valor obtido	Parâmetros $T_{m,2}$	Valor obtido
ζ_1	0,8357	ζ_2	0,6549
$\omega_{n,1}$	0,0823	$\omega_{n,2}$	0,0101
$T_{z,1}$	16,2752	$T_{z,2}$	4,6757
$T_{p,1}$	0,8242	$T_{p,2}$	2,1821

O controlador obtido com o modelo de referência foi:

$$K_0^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,42938(s+0,0683)}{s} & \frac{-0,21762(s+0,103)}{s} \\ \frac{0,043254(s+0,07629)}{s} & \frac{0,0068067(s+0,1664)}{s} \\ \frac{6,7181(s+0,02677)}{s} & \frac{0,56793(s+0,09225)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

Embora este controlador tenha sido projetado com o modelo de referência encontrado, a variável manipulada $u_3(t)$ apresenta saturação e um novo controlador PI centralizado foi projetado prevendo a minimização desta variável. Para isso considerou-se $T_\infty(s, K) = T_{u_3r}(s, K)$ relacionando a variável manipulada $u_3(t)$ com vetor de sinais de referências, $r(t)$. Fazendo $\lambda = [0 \ 1 \ 0]^T$ e $\epsilon = [0,295 \ \infty \ \infty]^T$, para um número de gerações $N_g = 2550$ (critério de parada da seção 3.5), o controlador obtido foi o seguinte:

$$K_1^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,68575(s+0,002849)}{s} & \frac{0,15998(s+0,04458)}{s} \\ \frac{-0,00058269(s+0,2999)}{s} & \frac{0,070867(s+0,08003)}{s} \\ \frac{3,7736(s+0,01828)}{s} & \frac{0,26848(s+0,08457)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

com $\|E(s, K_1^*)\|_\infty = 0,295$ e $\|T_\infty(s, K_1^*)\|_\infty = 4,2595$.

Ao se incluir ruído com uma potência de 0,05, um novo controlador foi projetado prevendo a sua atenuação com $T_2(s, K) = T_{cn}(s, K)$ além da minimização da variável $u_3(t)$. Os parâmetros da matriz de referência foram reajustados conforme a tabela 4.12.

Tabela 4.12: Parâmetros reajustados do modelo de referência do processo de Flotação

Parâmetros $T_{m,1}$	Valor obtido	Parâmetros $T_{m,2}$	Valor obtido
ζ_1	0,85	ζ_2	0,66
$\omega_{n,1}$	0,08	$\omega_{n,2}$	0,01
$T_{z,1}$	16,5	$T_{z,2}$	5,0
$T_{p,1}$	0,85	$T_{p,2}$	2,0

Considerando $\lambda = [0 \ 0 \ 1]^T$ e $\epsilon = [0,33 \ 4,6 \ \infty]^T$, para um número de gerações $N_g = 3000$ e o modelo de referência conforme a tabela 4.12, o resultado obtido foi o seguinte controlador:

$$K_2^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,5218(s+1,914e-06)}{s} & \frac{0,072001(s+0,1182)}{s} \\ \frac{0,013268(s+0,01886)}{s} & \frac{0,027668(s+0,1787)}{s} \\ \frac{3,4627(s+0,004976)}{s} & \frac{0,17972(s+0,1464)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.28)$$

com $\|E(s, K_2^*)\|_\infty = 0,33$, $\|T_\infty(s, K_2^*)\|_\infty = 4,5996$ e $\|T_2(s, K_2^*)\|_2 = 0,2008$.

Controlador PI esparsos

Após a avaliação de diferentes configurações e considerando os atrasos no tempo das funções de transferência em malha-aberta, foi adotado um controlador PI esparsos com

4 blocos PI representado em termos dos parâmetros de otimização como:

$$K(s) \triangleq \left[\begin{array}{cccc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_4 \\ \hline \theta_5 & 0 & 0 & 0 & \theta_5 & 0 \\ 0 & \theta_6 & 0 & 0 & 0 & \theta_6 \\ 0 & 0 & \theta_7 & \theta_8 & \theta_7 & \theta_8 \end{array} \right]. \quad (4.29)$$

onde $\theta_i = -1/T_{i,1}$, $i = 1, \dots, 4$ e $\theta_{4+j} = k_{p,j}$, $j = 1, \dots, 4$.

Utilizando o modelo de referência com os dados contidos na tabela 4.11, o controlador esparso obtido foi:

$$K_3^*(s) = \left[\begin{array}{cc} \frac{-1,1418(s+0,04043)}{s} & 0 \\ 0 & \frac{0,060572(s+0,1527)}{s} \\ \frac{7,7894(s+0,01539)}{s} & \frac{0,15561(s+0,2498)}{s} \end{array} \right], \quad (4.30)$$

com $\|E(s, K_3^*)\|_\infty = 0,2273$.

Ao se utilizar o controlador $K_3^*(s)$, verificou-se que não havia a necessidade de minimizar nenhuma das variáveis manipuladas. Com o acréscimo do mesmo ruído que motivou a obtenção do controlador $K_2^*(s)$, as variâncias amostrais foram altas quando comparadas com este último. Portanto um novo controlador foi obtido com o objetivo de atenuar o ruído além de minimizar o erro de aproximação considerando $\lambda = [0 \ 0 \ 1]^T$

e $\epsilon = [0,38 \ \infty \ \infty]^T$, cujo resultado foi o seguinte:

$$K_4^*(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,80491(s+0,007382)}{s} & 0 \\ 0 & \frac{0,0031927(s+2,996)}{s} \\ \frac{3,9655(s+0,01686)}{s} & \frac{0,029811(s+0,7519)}{s} \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

com $\|E(s, K_4^*)\|_\infty = 0,38$ e $\|T_2(s, K_4^*)\|_2 = 0,2356$.

4.3.3 Resultados

Neste exemplo, não existem resultados na literatura para comparação e as técnicas analíticas não podem ser aplicadas devido aos elementos instáveis da matriz de transferência. Para servir como referência inicial de projeto, foi considerado o controlador PI descentralizado em [Persechini et al. \(2004\)](#) calculado a partir de uma aproximação do processo por funções de referência de primeira ordem com atraso considerando o sistema quadrado 2×2 , com a terceira variável manipulada, $u_3(t)$ ou $U_T(t)$, fixa manualmente em 66% sendo projetado para um modelo simplificado diferente do adotado nas simulações desenvolvidas nesta dissertação.

As simulações foram realizadas a partir do ponto de operação com alterações em degrau nos sinais de referência. Na simulação, nós consideramos os sinais de referência como $r_1(t) = -\mathbf{10}(t)$ para a camada de espuma, a partir do ponto de operação em 90cm, e $r_2(t) = -\mathbf{1}(t - 800)$ para o *holdup* de ar, a partir do ponto de operação em 19,2%. Todos os resultados serão mostrados com a presença de ruído. As figuras [4.36](#) e [4.37](#) nos mostram as respostas transitórias obtidas utilizando o controlador PI centralizado $K_1^*(s)$ projetado para garantir a resposta de rastreamento, o desacoplamento entre as malhas e minimizar a variável manipulada $u_3(t)$.

O controlador $K_1^*(s)$ conseguiu atender aos parâmetros de resposta de rastreamento e desacoplamento entre as malhas de controle. Como pode ser visto na figura [4.37](#), não

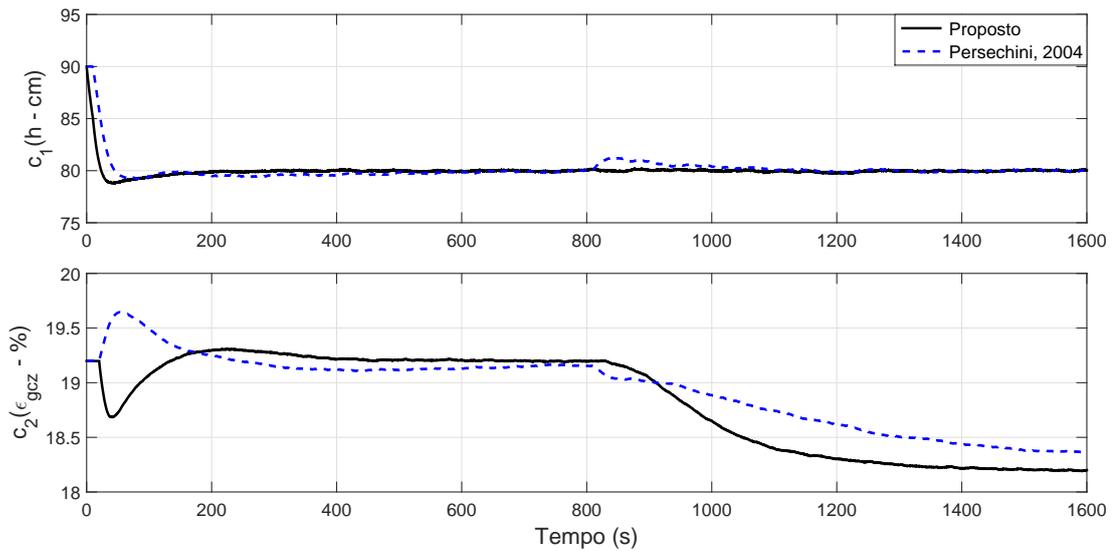


Figura 4.36: Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

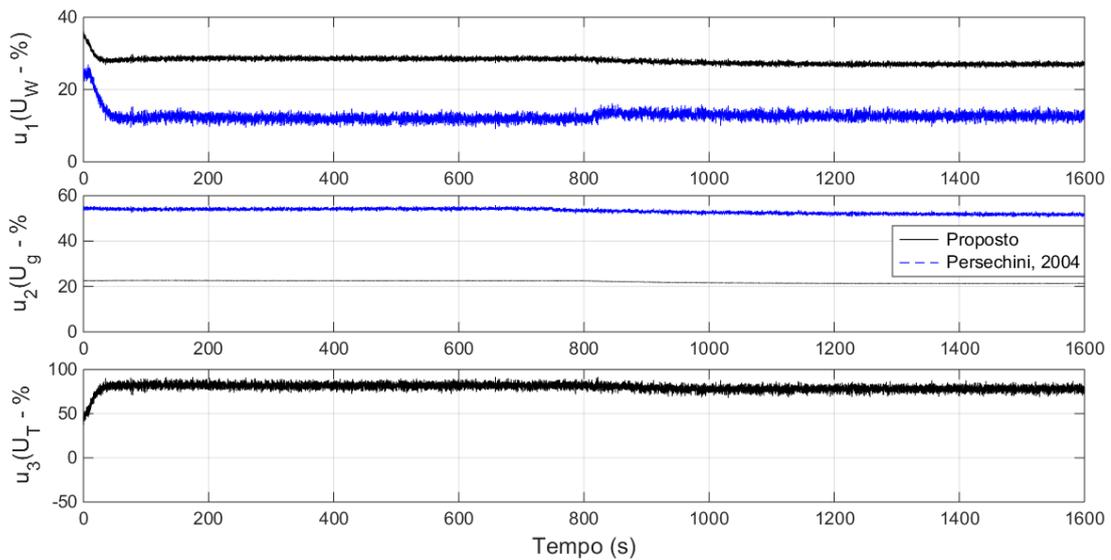


Figura 4.37: Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_1^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

há saturação nas variáveis manipuladas, o que demonstra o sucesso na minimização da variável $u_3(t)$.

Considerando os ruídos de medição no problema de controle, podemos ver os resultados ilustrados nas figuras 4.38 e 4.39 para o controlador $K_2^*(s)$ que tem por objetivos atenuar os ruídos de medição e minimizar a variável $u_3(t)$, projetado a partir do modelo

de referência cujos parâmetros se encontram na tabela 4.12.

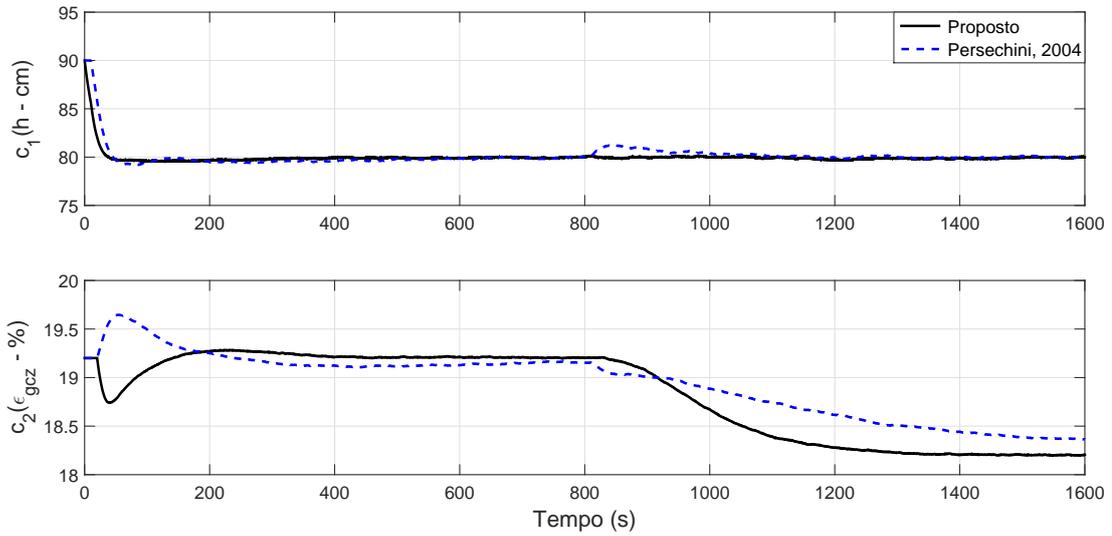


Figura 4.38: Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

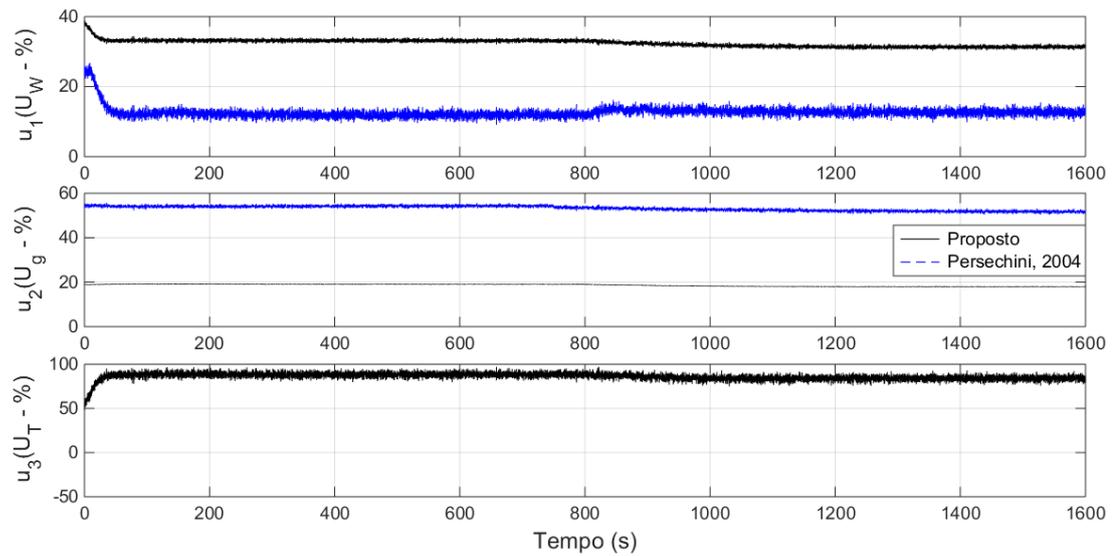


Figura 4.39: Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_2^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

O controlador $K_2^*(s)$ proporciona o menor sobressinal dentre os quatro controladores projetados para a variável $c_1(t)$ e um bom desacoplamento entre as malhas de controle, conforme pode ser verificado na figura 4.38. As variáveis manipuladas se mantêm no intervalo de 0 a 100%.

O terceiro controlador, $K_3^*(s)$, é um controlador PI esparsos e os resultados podem ser vistos nas figuras 4.40 e 4.41.

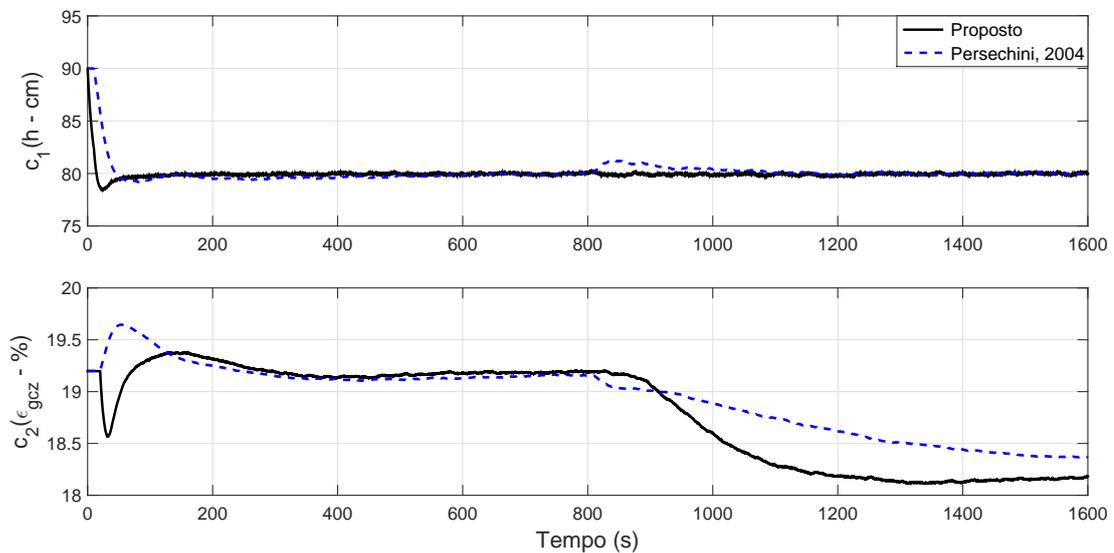


Figura 4.40: Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

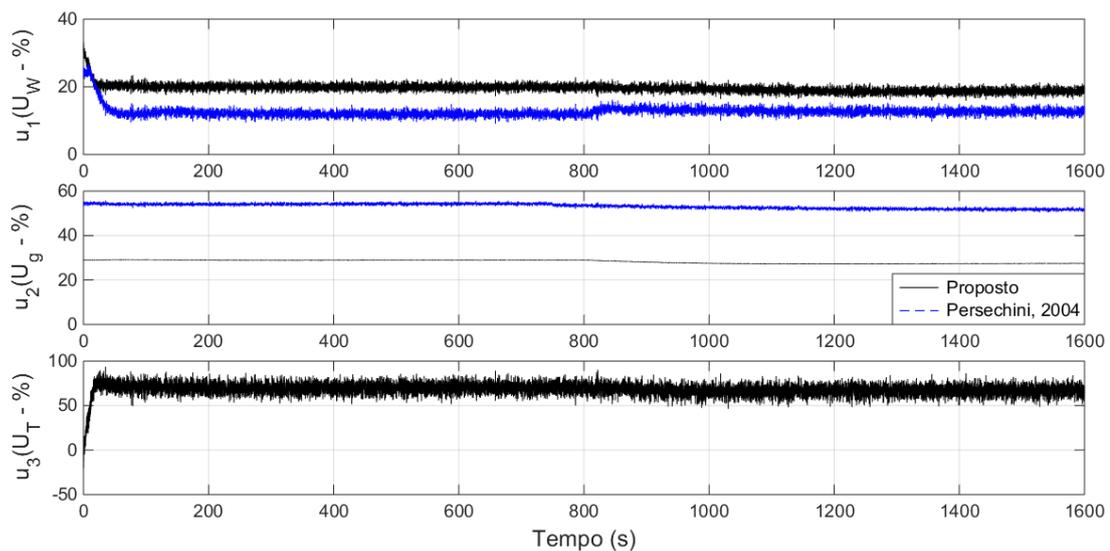


Figura 4.41: Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_3^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

O controlador PI esparsos $K_3^*(s)$, conforme indicado na figura 4.40 implica em um sobressinal ligeiramente maior quando comparado com $K_1^*(s)$, além de um maior acoplamento entre as malhas de controle. Com a utilização deste controlador, foi verificado

uma maior interferência do ruído no sinal de controle $u_3(t)$. Por fim, o controlador $K_4^*(s)$, projetado para atenuar o ruído tem seus resultados mostrados nas figuras 4.40 e 4.41.

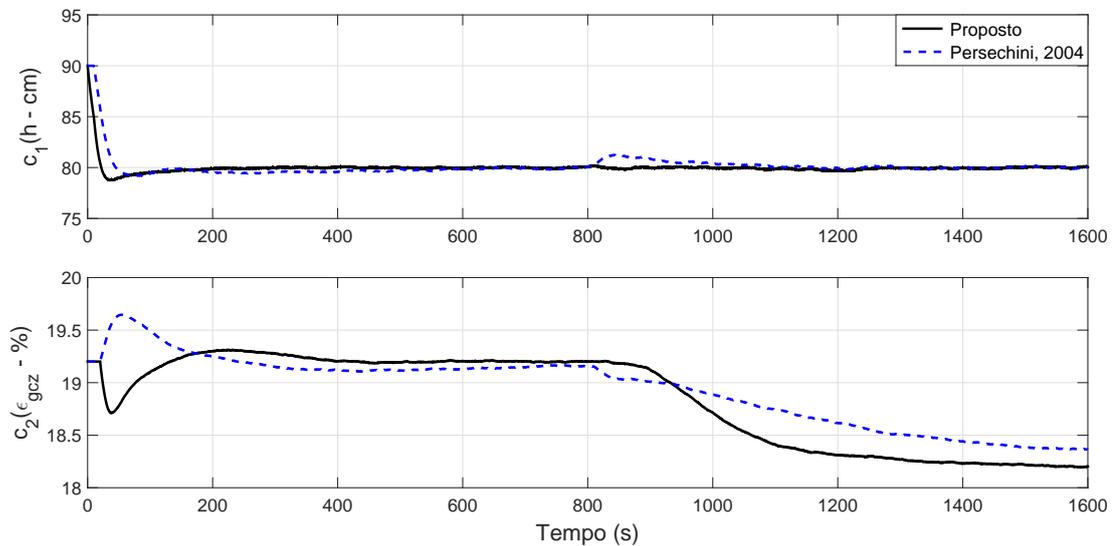


Figura 4.42: Flotação - resposta transitória das saídas controladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

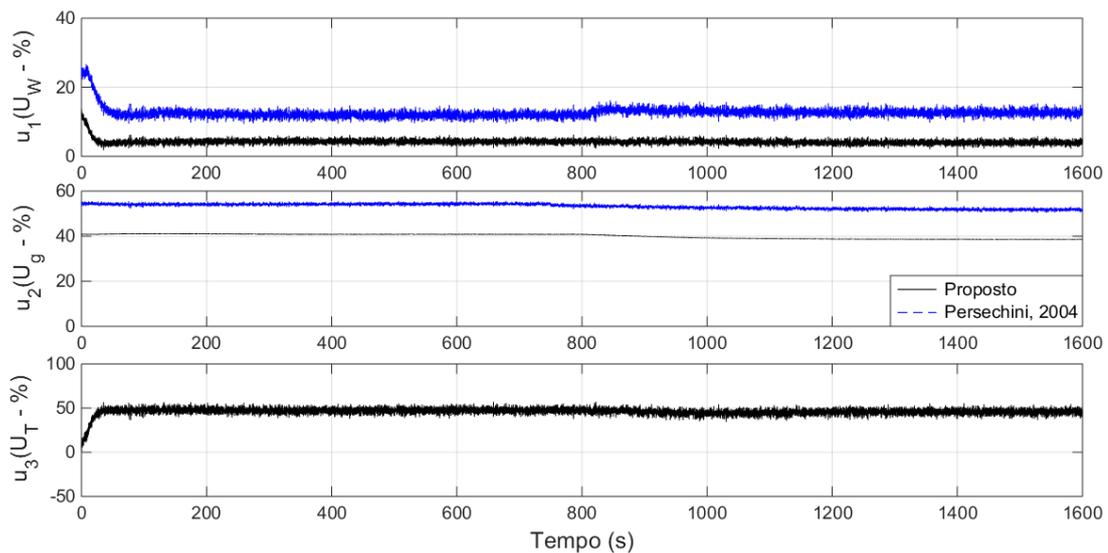


Figura 4.43: Flotação - resposta transitória das variáveis manipuladas com $K_4^*(s)$ para sinais de referência em degrau.

Novamente, como forma de ajudar a perceber as atenuações do ruído impostas pelos controladores, a tabela 4.13 resume a variância amostral de cada variável, a partir

do instante 1300 segundos, considerando o ruído de medição nos sistemas com os controladores $K_1^*(s)$, $K_2^*(s)$, $K_3^*(s)$, $K_4^*(s)$ e o controlador em Persechini et al. (2004). As variáveis c_t e u_t representam as somas das variâncias das variáveis controladas e variáveis manipuladas, neste último caso, a soma das variâncias de u_1 e u_2 .

Tabela 4.13: Flotação - Variância dos sinais, a partir do instante 1300 segundos, com os controladores $K_1^*(s)$, $K_2^*(s)$, $K_3^*(s)$ e $K_4^*(s)$ considerando ruído de medição

Variável	Controlador				
	Persechini, 2004	$K_1^*(s)$	$K_2^*(s)$	$K_3^*(s)$	$K_4^*(s)$
	Variância ($\times 10^{-3}$)				
c_1	4,8	2,6	4,0	4,2	3,6
c_2	2,0	0,2	0,04	0,28	0,34
c_t	6,8	2,8	4,04	4,48	3,94
u_1	717,8	138,7	101,6	652,4	323,0
u_2	202,3	2,5	0,8	3,6	0,7
u_3	-	8.116,1	6.590,7	31.502,0	7.943,8
u_t	920,1	141,2	102,4	656,0	323,7

Percebe-se verificando a tabela 4.13 que o sistema com o controlador $K_2^*(s)$ apresenta os menores valores de variância, sendo este menos sensível ao ruído. Importante ressaltar que no caso das variáveis controladas, os valores são influenciados pelo desempenho da resposta de rastreamento.

Os valores obtidos da integral do erro ao quadrado dos quatro controladores projetados e o controlador utilizando a metodologia em Persechini et al. (2004) são exibidos na tabela 4.14.

Tabela 4.14: Flotação - Desempenho do controle do processo com ruído para variações dos sinais de referência em degrau

Índices	Persechini, 2004	$K_1^*(s)$	$K_2^*(s)$	$K_3^*(s)$	$K_4^*(s)$
ISE_1	2.836,7	1.523,8	1.589,7	1.207,9	1.496,6
ISE_2	1.064,8	946,7	947,5	940,0	963,2
ISE_t	3.901,5	2.470,5	2.537,2	2.147,9	2.459,8

Observa-se a partir da tabela 4.14 que o controlador PI esparsa $K_3^*(s)$ desempenha um melhor controle no processo de flotação em coluna em questão apresentando um valor

de ISE_t 14,5% menor que o segundo, $K_4^*(s)$, que também é um controlador PI esparsos. Como esperado, nota-se que o acréscimo do objetivo de atenuação do ruído, embora o tenha atenuado, prejudica o desempenho no controle da resposta de rastreamento e em nenhum dos casos os controladores $K_2^*(s)$ e $K_4^*(s)$ superaram, respectivamente, $K_1^*(s)$ e $K_3^*(s)$.

4.3.4 Conclusões

O processo de flotação é um exemplo especialmente interessante por incluir funções de transferência instáveis em malha aberta. Isto trouxe um novo desafio para a metodologia que se mostrou capaz de superá-lo. Basicamente, o problema consiste em manter a altura da camada de espuma e o *holdup* de ar em seus valores de referência, e assim garantir o rendimento metalúrgico estabelecido para a operação do processo. O objetivo é obter um controlador que minimize o erro de rastreamento e o acoplamento entre as malhas de controle, evitando a saturação das variáveis envolvidas e que seja capaz de atenuar ruídos de medição.

Um claro conflito entre os objetivos de controle é observado quando se compara os controladores $K_1^*(s)$ a $K_4^*(s)$: resposta de rastreamento e resposta transitória *versus* atenuação de ruído. Por exemplo, a tabela 4.13 indica valores muito altos de variância nas variáveis manipuladas quando se utiliza o controlador $K_3^*(s)$, quando comparado aos valores dos demais controladores, o que não acontece no desempenho de controle cujo resultado está transcrito na tabela 4.14.

No projeto dos controladores foi utilizado o modelo de referência obtido por otimização, à exceção do controlador $K_2^*(s)$ que por arredondamentos e reajustes dos parâmetros já encontrados, resultou em um novo modelo de referência, com parâmetros próximos ao original, para um melhor compromisso entre os objetivos de controle.

Ressalta-se aqui que os melhores desempenhos, levando-se em conta os índices escolhidos, são apresentados pelos controladores PI esparsos. Assim como no problema

de controle padrão Shell, a avaliação de diferentes configurações dos controladores PI esparsos incluíram testes com menos elementos que os apresentados neste trabalho, chegando até a três blocos PI. Porém, não foram obtidos controladores com desempenhos próximos aos aqui transcritos. O controlador $K_4^*(s)$ produziu uma variável controlada mais lenta na resposta ao degrau, $c_2(t)$ no caso, o que conferiu a ele um índice maior do ISE_2 , porém a soma, ISE_t , permanece como a segunda melhor. Destaca-se novamente que esta estrutura de controlador PI esparsa pode ser utilizada, implicando em uma implementação mais simples com melhor desempenho.

Capítulo 5

Conclusões Finais

5.1 Conclusões

Neste trabalho foi proposta uma metodologia de síntese de controladores multivariáveis que pode ser aplicada a sistemas quadrados ou não-quadrados. A formulação de síntese de controle proposta pode calcular controladores com qualquer estrutura desejada, sendo considerado neste trabalho controle PI centralizado ou esparso, e pode considerar múltiplos objetivos de controle tal como resposta de rastreamento, desacoplamento entre as malhas de controle, rejeição a distúrbios, atenuação de ruídos de medição e minimização do esforço de controle.

O método consiste em formular o projeto de controladores PI como um problema de otimização multiobjetivo transformado em escalar por meio de vetores de ponderação e vetores de restrições. A escolha apropriada destes vetores possibilita o alcance do equilíbrio entre os múltiplos objetivos de controle, atendendo a determinadas especificações de projeto, não sendo necessário aplicar técnicas de otimização vetorial para gerar um conjunto de controladores em que a maioria seria descartada. Nesta formulação, utiliza-se a norma \mathcal{H}_∞ do erro de aproximação entre um modelo de referência e a matriz de transferência em malha fechada para garantir o desempenho da resposta de rastreamento e o desacoplamento entre as malhas de controle. A inclusão de objetivos

adicionais também é possível considerando as normas \mathcal{H}_∞ ou \mathcal{H}_2 . Os problemas de otimização foram resolvidos utilizando o algoritmo Evolução Diferencial, um algoritmo de otimização evolucionário, que demonstrou ser adequado para obter soluções eficientes do problema sendo tratado. Como nesta dissertação tratou-se de problemas restritos, foi necessário incluir as restrições na função objetivo pelo método de penalidades.

Foram calculados controles PI centralizados e esparsos aplicados a processos multivariáveis como exemplos ilustrativos para avaliar a formulação proposta. O primeiro exemplo apresentado foi o problema de controle padrão Shell, um sistema modelado por uma matriz de transferência 2×3 além de distúrbios (2×2). As variáveis manipuladas deste problema estão sujeitas a saturações de amplitude e taxa de variação, porém os controladores projetados, para as condições de simulação estudadas, evitaram tais restrições. A flexibilidade da metodologia de síntese proposta, permitiu o projeto de controladores com o objetivo adicional de minimização da terceira variável manipulada, um dos requisitos deste problema de controle. As respostas de rastreamento e desacoplamento entre as malhas de controle com os controladores obtidos foram satisfatórias. Quando se compara o índice de desempenho baseado na integral do erro quadrático, observa-se os menores índices nos controladores projetados, tanto para os sinais de referência em degrau, quanto para os sinais de perturbação. Este método se mostrou eficaz neste problema em que os melhores resultados foram apresentados pelo controlador PI esparsos. O segundo exemplo que ilustra a eficácia da metodologia é o problema de controle de destilação de petróleo bruto, um sistema modelado como um processo multivariável 4×5 . Como requisitos, as variáveis $u(t)_4$ e $u(t)_5$ deveriam ser mantidas em valores ideais de repouso, o que não foi possível para ambas, porém apresentaram um menor esforço de controle que o controlador utilizado para comparação, disponível na literatura. Neste problema foram incluídos ruídos de medição e projetados controladores que os atenuassem. Foram considerados nas simulações somente os controladores PI esparsos e todos se mostraram menos sensíveis a estes ruídos do

que o controlador PID centralizado disponível na literatura. A atenuação dos ruídos de medição foi avaliada por meio do cálculo da variância amostral que ajudou a perceber as atenuações impostas pelos controladores. Os índices de desempenho apresentaram melhores resultados para os controladores projetados utilizando a metodologia proposta com boas respostas de rastreamento e desacoplamentos entre as malhas de controle. Por fim, o terceiro exemplo ilustrativo refere-se ao problema da síntese de controlador para um processo de flotação em coluna, com dimensão 2×3 , que apresenta funções de transferência instáveis em malha aberta. O procedimento de sintonia de controladores PID centralizados, considerado para comparação nos dois exemplos anteriores, não pode ser aplicado a este problema específico devido aos termos instáveis da matriz de transferência, o que demonstra a maior aplicabilidade do procedimento de síntese proposto. Com o procedimento de síntese proposto foi possível obter controladores que, para a condição de simulação considerada, evitou a saturação das variáveis e apresentou desempenho satisfatório incluindo a atenuação de ruídos de medição, tomando como referência um controlador disponível na literatura.

Quando comparado a procedimentos analíticos, como o método baseado em ETF, a formulação de síntese de controle proposta possui a desvantagem de um maior custo computacional, além de um maior número de parâmetros de sintonia para a obtenção do desempenho desejado. Por outro lado, a metodologia tem a possibilidade de incluir múltiplos objetivos de controle e restrições sem a necessidade de adaptações nas funções de transferência do modelo do processo, o que é necessário para os métodos ETF, sendo possível escolher a estrutura e blocos do controlador, incluindo blocos PID com dois graus de liberdade. O número de parâmetros de sintonia pôde ser minimizado obtendo-os por otimização, no caso do modelo de referência. Nos exemplos do problema de controle padrão Shell e flotação em coluna foi possível obtê-los, porém o problema de controle de destilação de petróleo bruto mostrou-se mais difícil. Um dos objetivos deste trabalho foi a avaliação da possibilidade de se utilizar uma estrutura mais simples,

no caso o controle PI esparsos, em relação ao controle PI centralizado. Foi verificado, em todos os exemplos estudados, que foi possível obter controladores PI esparsos que apresentaram bons resultados o que facilitaria sua implementação.

5.2 Trabalhos Futuros

No projeto de sistemas de controle é importante levar em consideração erros e aproximações na modelagem do sistema. Deste modo é importante aprimorar a metodologia de síntese proposta para obtenção de controladores robustos perante incertezas do modelo. Isto é possível formulando o problema como um problema de otimização semi-infinita, onde se quer minimizar o pior caso, de solução muito mais difícil que a formulação considerada neste trabalho, que não inclui incertezas. Existem métodos para solução de tal problema porém com custo computacional muito mais elevado.

Conforme mencionado ao longo deste trabalho, foram utilizados modelos de referência para o erro de aproximação. Se por um lado, o maior número de parâmetros de sintonia associados ao modelo de referência significa um maior grau de liberdade para o projeto, por outro lado a determinação dos valores mais adequados passa a ser um problema ser resolvido. Com base nos três problemas estudados, a obtenção dos parâmetros destes modelos pôde ser obtida por otimização nos processos menores, no caso os exemplos 2 x 3, porém mesmo eles tiveram um melhor desempenho com ajustes manuais posteriores. Também é possível escolher o modelo de referência que reproduz uma resposta transitória satisfatória obtida por testes anteriores ou por outros projetos disponíveis. Desta forma, o desenvolvimento de uma metodologia sistemática para a determinação do modelo de referência carece de mais estudos, embora como já dito, tenha sido desenvolvida e aplicada neste trabalho.

Neste trabalho, a estrutura mais adequada para o controlador PI esparsos foi obtida por tentativa e erro. Deste modo, outro aspecto importante é desenvolver um método sistemático para determinação da estrutura ótima do controlador PI esparsos. Para a

redução do número de possíveis estruturas do controlador PI esparsos, no problema de controle de destilação de petróleo bruto, de dimensão 4×5 , foram utilizados conceitos de RGA tornando o sistema quadrado com a eliminação de uma variável manipulada por vez, aliado ao método NRG e a posterior verificação dos emparelhamentos. Nos processos multivariáveis com dimensões menores, foram avaliadas diferentes configurações. Portanto, o desenvolvimento de uma técnica neste sentido seria uma possibilidade a ser pesquisada.

5.3 Trabalhos Publicados em Eventos Científicos

Os seguintes trabalhos foram publicados a partir dos estudos desenvolvidos nesta dissertação:

- Soares, R. F. e Gonçalves, E. N. (2017). Síntese de controladores PI esparsos baseada em otimização não linear para sistemas multivariáveis não-quadrados, *XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 1 a 4 de Outubro, Porto Alegre, RS.
- Soares, R. F., Silva S. J. and Gonçalves, E. N. (2018). Sparse PI control synthesis for non-square multivariable systems based on non-linear optimization: crude distillation unit control problem, *5th edition of the International Conference on Control, Decision and Information Technologies*, IEEE, 10 a 13 de Abril, Thessaloniki, Greece.

Referências Bibliográficas

- Bristol, E. H. (1966). On a new measure of interactions for multivariable process control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **11**(1): 133–134.
- Cai, W.-J., Ni, W., He, M.-J. and Ni, C.-Y. (2008). Normalized decoupling - a new approach for MIMO process control system design, *Industrial & Engineering Chemistry Research* **47**(19): 7347–7356.
- Campestrini, L., Filho, L. C. S. and Bazanella, A. S. (2009). Tuning of multivariable decentralized controllers through the ultimate-point method, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **17**(6): 1270–1281.
- Chang, J.-W. and Yu, C.-C. (1990). The relative gain for non-square multivariable systems, *Chemical Engineering Science* **45**(5): 1309–1323.
- Chen, J., He, Z.-F. and Qi, X. (2011). A new control method for MIMO first order time delay non-square systems, *Journal of process control* **21**(4): 538–546.
- Dittmar, R., Gill, S. and Singh, H. (2012). Robust optimization-based multi-loop PID controller tuning: A new tool and its industrial application, *Control Engineering Practice* **20**(4): 335–370.
- e Silva, S. J. (2017). *Síntese de Controladores PI com desacoplador para controle de sistemas multivariáveis não quadrados*, Dissertação de mestrado, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais.

- Gagnon, E., Pomerleau, A. and Desbiens, A. (1998). Simplified, ideal or inverted decoupling?, *ISA Transactions* **37**(4): 265–276.
- Ganesh, P. and Chidambaram, M. (2010). Multivariable controller tuning for non-square systems with RHP zeros by genetic algorithm, *Chemical and biochemical engineering quarterly* **24**(1): 17–22.
- Gonçalves, B. M., Gonçalves, E. N., Palhares, R. M. and Takahashi, R. H. C. (2012). Robust decoupling PI controllers for multi-loop control, *51st Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, IEEE, Maui, HI, USA, pp. 1530–1535.
- Huang, H.-P., Jeng, J.-C., Chiang, C.-H. and Pan, W. (2003). A direct method for multi-loop PI/PID controller design, *Journal of Process Control* **13**(8): 769–786.
- Jin, Q. B., Hao, F. and Wang, Q. (2013). A multivariable IMC-PID method for non-square large time delay systems using NPSO algorithm, *Journal of Process Control* **23**(5): 649–663.
- Jin, Q. B. and Liu, Q. (2014a). Decoupling proportional-integral-derivative controller design for multivariable processes with time delays, *Industrial & Engineering Chemistry Research* **53**(2): 765–777.
- Jin, Q., B.Jiang, Wang, Q. and Shan, G. (2014). Decoupling internal model control for non-square processes based on equivalent transfer function, *Transactions of the Institute of Measurement and Control* **36**(8): 1114–1131.
- Jin, Q. and Liu, Q. (2014b). Multi-loop PI/PID controllers design for disturbance rejection based on non-parametric effective model and non-convex optimisation, *IET Control Theory & Applications* **8**(15): 1499–1512.
- Lau, H., Alvarez, J. and Jensen, K. F. (1985). Synthesis of control structures by singular value analysis: Dynamic measures of sensitivity and interaction, *A.I.Ch.E. Journal* **31**(3): 427–439.

- Muske, K., J. Young, Grosdidier, P. and Tani, S. (1991). Crude unit product quality control, *Computers & Chemical Engineering* **15**(9): 629–638.
- Persechini, M. A. M. (2001). *Estratégias de Controle para o Processo de Flotação em Coluna*, Tese de doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais.
- Persechini, M. A. M., Peres, A. E. C. and Jota, F. G. (2004). Control strategy for a column flotation process, *Control Engineering Practice* **12**(8): 963–976.
- Rao, A. S. and Chidambaram, M. (2006). Smith delay compensator for multivariable non-square systems with multiple time delays, *Computers & chemical engineering* **30**(8): 1243–1255.
- Sarma, K. L. N. and Chidambaram, M. (2005). Centralized PI/PID controllers for nonsquare systems with RHP zeros, *Journal of the Indian Institute of Science* **85**(4): 201–214.
- Shen, Y., Cai, W.-J. and Li, S. (2010). Multivariable process control: decentralized, decoupling, or sparse?, *Industrial & Engineering Chemistry Research* **49**(2): 761–771.
- Shen, Y. and Sun, Y. (2012). Adjoint transfer matrix based decoupling control for multivariable processes, *Industrial & Engineering Chemistry Research* **51**(50): 16419–16426.
- Shen, Y., Sun, Y. and Xu, W. (2014). Centralized PI/PID controller design for multivariable processes, *Industrial & Engineering Chemistry Research* **53**(25): 10439–10447.
- Siqueira, M. A. S., Silva, L. F. G., Gonçalves, E. N., Palhares, R. M. and Takahashi, R. H. C. (2014). Robust decoupling control synthesis, *Proceedings of the 2014 American Control Conference ACC*, IEEE, Oregon, Portland, USA, pp. 1530–1535.

- Storn, R. and Price, K. (1997). Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of Global Optimization* **11**(4): 341–359.
- Vlachos, C., Williams, D. and Gomm, J. (2002). Solution to the Shell standard control problem using genetically tuned PID controllers, *Control Engineering Practice* **10**: 151–163.
- Wang, Z. Q., Luan, X. L. and Liu, F. (2015). Analytical scheme of centralized PI controller for non-square processes with time-delays, *IFAC-PapersOnline* **48**(8): 501–506.
- Xiong, Q., Cai, W.-J. and He, M.-J. (2007). Equivalent transfer function method for PI/PID controller design of MIMO processes, *Journal of Process Control* **51**(8): 665–673.
- Zhou, K. and Doyle, J. C. (1998). *Essentials of Robust Control*, Prentice-Hall.